



**HAL**  
open science

# Intégration de modèles de jonctions dissipatives dans la conception vibratoire de structures amorties

Chaima Hammami

► **To cite this version:**

Chaima Hammami. Intégration de modèles de jonctions dissipatives dans la conception vibratoire de structures amorties. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2014. Français. NNT : 2014ENAM0025 . tel-01087150

**HAL Id: tel-01087150**

**<https://pastel.hal.science/tel-01087150v1>**

Submitted on 25 Nov 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

## Doctorat ParisTech

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**L'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

**Spécialité " Mécanique "**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Chaima HAMMAMI**

le 14 Octobre 2014

## **Intégration de modèles de jonctions dissipatives dans la conception vibratoire de structures amorties**

Directeur de thèse : **Etienne Balmes**  
Co-encadrement de la thèse : **Mikhail Guskov**

### Jury

**M. El Mostafa DAYA**, Professeur, LEM3, Université de Lorraine  
**M. Emmanuel FOLTETE**, Professeur, Femto-ST, ENSMM  
**M. Thierry TISON**, Professeur, LAMIH, Université de Valenciennes  
**M. Etienne Balmes**, PAST HDR, PIMM, ENSAM  
**M. Mikhail GUSKOV**, Maître de conférence, PIMM, ENSAM  
**M. Aurélien SENECHAL**, Docteur, Airbus Group Innovations

Président du jury  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Invité

**T  
H  
È  
S  
E**

# Dédicaces

Je dédie ce travail à mon mari Hamdi qui m'a soutenue toutes ces années.

Merci pour tout...

Je dédie ce travail à mes parents.

C'est grâce à votre soutien et à vos encouragements que je suis aujourd'hui docteur...

À mon petit bébé encore caché tranquillement...

Qu'il soit fier de sa maman...

À mes frères...

Et à toute la famille et tous mes amis...



# Remerciements

Ce manuscrit est le fruit de trois années de travail au sein de l'équipe DYSCO (DYnamique Structures Système et COntôle) dans le laboratoire PIMM (Procédés et Ingénierie en Mécanique et Matériaux).  
Une belle aventure ...

Je tiens à remercier les membres du jury pour avoir consacré du temps à l'expertise de mes travaux et participer à ma soutenance.

J'adresse toute ma gratitude à Etienne Balmes pour assurer la direction de mon travail et partager ses grandes qualités scientifiques. Je lui adresse ma reconnaissance la plus profonde pour m'avoir instruit efficacement et avoir contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je souhaite également remercier Mikhail Guskov pour son co-encadrement. Il était toujours disponible pour me pousser à travailler plus.

Je souhaite également remercier les membres du projet FUI MAIAS pour l'ambiance académique-industrielle agréablement constructive.

Et enfin, je remercie vivement tous ceux qui m'ont soutenue tout au long de cette aventure : mes collègues thésards et tout le personnel du PIMM...Merci à eux pour leur accueil chaleureux, leur sympathie et leurs soutiens. Merci pour tous les bons moments qu'on a passé ensemble.

Merci à vous tous



# Table des matières

Chapitre 1. Introduction générale .....	10
<b>1.1 Contexte de l'étude .....</b>	<b>11</b>
<b>1.2 Objectifs, contributions et contenu de la thèse.....</b>	<b>13</b>
Chapitre 2. Capacité des liaisons à dissiper .....	18
<b>2.1 Introduction.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2 Modèles physiques des mécanismes de dissipation .....</b>	<b>19</b>
2.2.1 Viscoélasticité linéaire .....	19
2.2.2 Dépendance à la fréquence et la température.....	21
2.2.3 Modèles rhéologiques en viscoélasticité linéaire.....	24
2.2.4 Modèles de structures viscoélastiques .....	26
2.2.5 Calcul de l'amortissement.....	27
2.2.6 Contact et frottement.....	30
2.2.7 Implémentation numérique du contact et frottement .....	32
<b>2.3 Premier exemple : liaison amortie ponctuelle .....</b>	<b>34</b>
2.3.1 Objectifs et présentation du problème .....	34
2.3.2 Capacité de dissipation par une liaison viscoélastique .....	36
2.3.3 Effets de non-linéarité.....	40
<b>2.4 Liaisons distribuées.....</b>	<b>45</b>
2.4.1 Modèles paramétriques d'interface .....	45
2.4.2 Méthodes de réduction pour les études de sensibilité .....	46
2.4.3 Couplage : une mesure de l'influence de la jonction .....	49
Chapitre 3. Conception d'une liaison dissipative .....	54
<b>3.1 Introduction.....</b>	<b>55</b>
<b>3.2 Conception d'une maquette pour l'étude de l'amortissement dans les liaisons</b>	<b>55</b>
3.2.1 Description du modèle .....	55

3.2.2	Propriétés des modes.....	58
3.2.3	Couplage dans la jonction et capacité de dissipation.....	60
<b>3.3</b>	<b>Statique des liaisons boulonnées et surfaces de contact.....</b>	<b>63</b>
3.3.1	Introduction.....	63
3.3.2	Précharge et zone de contact.....	64
3.3.3	Modèles éléments finis de liaisons boulonnées .....	67
3.3.4	Application à un cas d'étude.....	69
<b>3.4</b>	<b>Proposition de liaison dissipative et optimisation numérique.....</b>	<b>74</b>
3.4.1	Nouvelle approche de conception de liaison dissipative.....	74
3.4.2	Étude paramétrique de la dissipation modale .....	76
3.4.3	Choix matériau réel et robustesse du comportement à la température	78
 Chapitre 4. Validation expérimentale .....		 82
<b>4.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>83</b>
<b>4.2</b>	<b>Étude expérimentale .....</b>	<b>84</b>
4.2.1	Maquette .....	84
4.2.2	Acquisition et traitement des signaux .....	88
<b>4.3</b>	<b>Identification des paramètres modaux.....</b>	<b>89</b>
4.3.1	Méthodes usuelles.....	89
4.3.2	Méthode d'identification par moindres carrés fréquentiel .....	91
4.3.3	Modes identifiés dans les différentes configurations .....	94
<b>4.4</b>	<b>Corrélation calcul/essai .....</b>	<b>99</b>
4.4.1	Prise en compte des défauts de forme.....	99
4.4.2	Corrélation calcul/essai .....	101
4.4.3	Influence des défauts de forme sur le calcul de l'amortissement.....	105
 Chapitre 5. Méta-modèles de liaisons .....		 108
<b>5.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>109</b>
<b>5.2</b>	<b>Premier exemple : cas simplifié à deux liaisons .....</b>	<b>114</b>
<b>5.3</b>	<b>Méta-modèles de liaisons boulonnées types répétées .....</b>	<b>117</b>
5.3.1	Non-linéarités locales et modèles de liaison.....	117
5.3.2	Sous espace $V$ de déformations principales de liaison.....	121
5.3.3	Macro-forces du méta-modèle .....	124
<b>5.4</b>	<b>Validité des méta-modèles sur un cas simple à deux liaisons.....</b>	<b>126</b>

5.4.1	Représentation paramétrique des macro-forces .....	126
5.4.2	Construction des déformations principales $\mathbf{V}$ .....	129
5.4.3	Validité de la stratégie FV : Sous espace $\mathbf{V}$ de dimension restreinte	131
5.4.4	Validité de la stratégie VD : découplage des forces dans les liaisons	137
5.4.5	Validité de la stratégie PL : Efforts principaux dans la liaison.....	139
<b>5.5</b>	<b>Méta-modèles répétés dans une structure cylindrique .....</b>	<b>141</b>
5.5.1	Description du problème.....	141
5.5.2	Capacité dissipative de la jonction.....	143
5.5.3	Réduction de la zone linéaire.....	144
5.5.4	Validité de la stratégie FV : sous espace $\mathbf{V}$ de dimension restreinte.	146
5.5.5	Validité de la stratégie VD : Découplage des forces dans les liaisons 150	
5.5.6	Validité de la stratégie PL : Efforts principaux dans la liaison.....	151
Chapitre 6. Conclusion générale .....		160
Références .....		166
Liste des figures .....		174
Liste des tableaux.....		181



---

# **Chapitre 1. Introduction générale**

---

## 1.1 Contexte de l'étude

La modélisation du comportement dynamique des structures dès la phase de conception est devenue indispensable sous l'impulsion des industries aéronautiques, automobiles, spatiales, ... Ces domaines de pointe cherchent de plus en plus à perfectionner leurs produits face à la grande compétitivité sur le marché international.

Dans ce cadre, la maîtrise des ambiances vibratoires, constituant des sources de bruit, de fatigue et parfois de rupture, dans les structures mécaniques ; est devenue un sujet très critique. Un processus de conception vibratoire classique [1], illustré en Figure 1.1, considère les excitations, les transferts par la structure et des objectifs de réponse. Dans le cas courant où on ne peut pas jouer sur les sources d'excitation, un niveau de réponse inacceptable implique une reconception. Si les méthodes jouant sur la masse et la raideur sont bien maîtrisées, la reconception en amortissement est considérée comme beaucoup plus difficile, car avoir des procédures prédictives devient nécessaire.

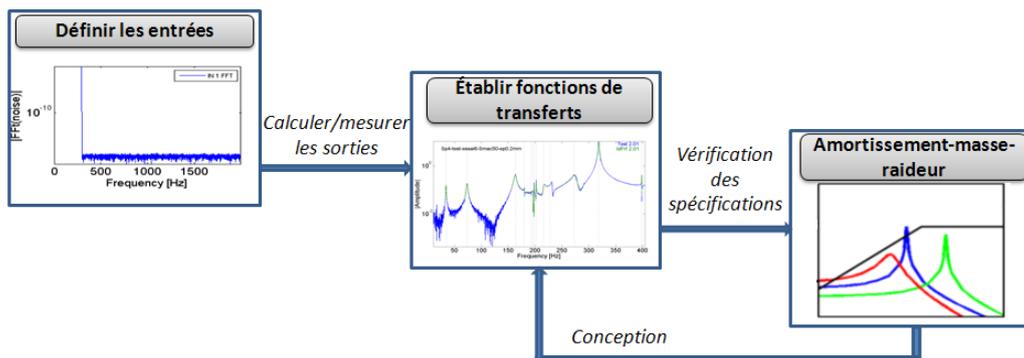


Figure 1.1: Processus de conception vibratoire classique

La plupart des systèmes mécaniques se composent d'assemblages de pièces. Deux sources principales de dissipation sont présentes dans ces systèmes : l'amortissement intrinsèque aux matériaux des structures et l'amortissement induit dans les jonctions. Les matériaux de structure étant le plus souvent très faiblement amortis, le travail sur les jonctions est donc clairement identifié comme une source d'amélioration possible et a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs ; on peut citer les travaux [2]–[5]. Dans le cadre du projet FUI MAIAS, « Maitrise des Amortissements Induits dans les Assemblages », dont les partenaires sont affichés en Figure 1.2, ce travail de thèse cherche donc à aborder la question de l'intégration de connaissance de liaisons dissipatives dans un processus de conception vibratoire global.

La maîtrise de l'amortissement dans les liaisons demande de comprendre, au niveau des liaisons élémentaires, les mécanismes physiques de dissipation qui sont principalement le frottement et la viscoélasticité, objets respectivement des deux premiers sous-projets (SP1 et SP2) de MAIAS : projets [6]-[7]. Le SP3 [8] aborde la question essentielle de l'usure des surfaces frottantes, mais ne traite pas directement de dissipation. Le SP4, dans lequel s'insère ce travail, s'intéresse à **la conception de liaisons dissipatives intégrées dans une structure globale**.



Figure 1.2 : Partenaires du projet MAIAS

L'étude de la dissipation dans les jonctions a fait l'objet de plusieurs travaux dans la littérature [9]–[11]. Toutefois, **la prédiction de l'amortissement dans les structures assemblées dès la phase de conception** a commencé à être traitée depuis une décennie. On peut citer par exemple les travaux de thèse [12], [13] qui traitent l'amortissement dans les structures spatiales afin de réduire les niveaux en vibrations causant leurs détériorations. Les travaux [14]–[16] ont traité l'amortissement pour la réduction de l'inconfort acoustique dans les structures automobiles. La gestion de la structure globale n'a pas fait l'objet de nombreux travaux [17], [18] dans la littérature vue la complexité de la modélisation et la taille du problème. Dans le secteur industriel, des modèles simplifiés sont alors considérés pour la simulation du système, négligeant ainsi les mécanismes de dissipation et souvent le caractère non linéaire de la structure. Le désir d'amélioration de la dissipation dans ces structures, ouvre alors des perspectives vis-à-vis de la simulation de la structure globale. Particulièrement, les structures multi-jonctions seront considérées dans ce travail.

Dans les métaux, la dissipation prend lieu des faits de glissements des dislocations. Quant aux polymères, c'est le phénomène d'évolution de liaisons moléculaires qui cause la dissipation [19] et qui est nettement plus importante que celle des métaux, non considérée ici. Les matériaux viscoélastiques sont connus pour leurs effets dissipatifs et ont fait l'objet de nombreux travaux dans la littérature ainsi que des applications industrielles dans la plupart des secteurs.

Concernant la dissipation dans les jonctions, on trouve dans les assemblages mécaniques, plusieurs types de liaisons. Dans les liaisons collées, la viscoélasticité de la colle est la principale source de dissipation. Dans les liaisons boulonnées, rivetées ou soudées à sec, c'est-à-dire avec des surfaces métalliques en contact, la dissipation se fait principalement par le phénomène de frottement dans les interfaces de contact entre les différents composants assemblés [20]–[22].

## 1.2 Objectifs, contributions et contenu de la thèse

La Figure 1.3 présente le schéma fonctionnel du cycle de conception en V, avec les différentes étapes élaborées dans ce mémoire pour l'étude de la dissipation dans les assemblages mécaniques.

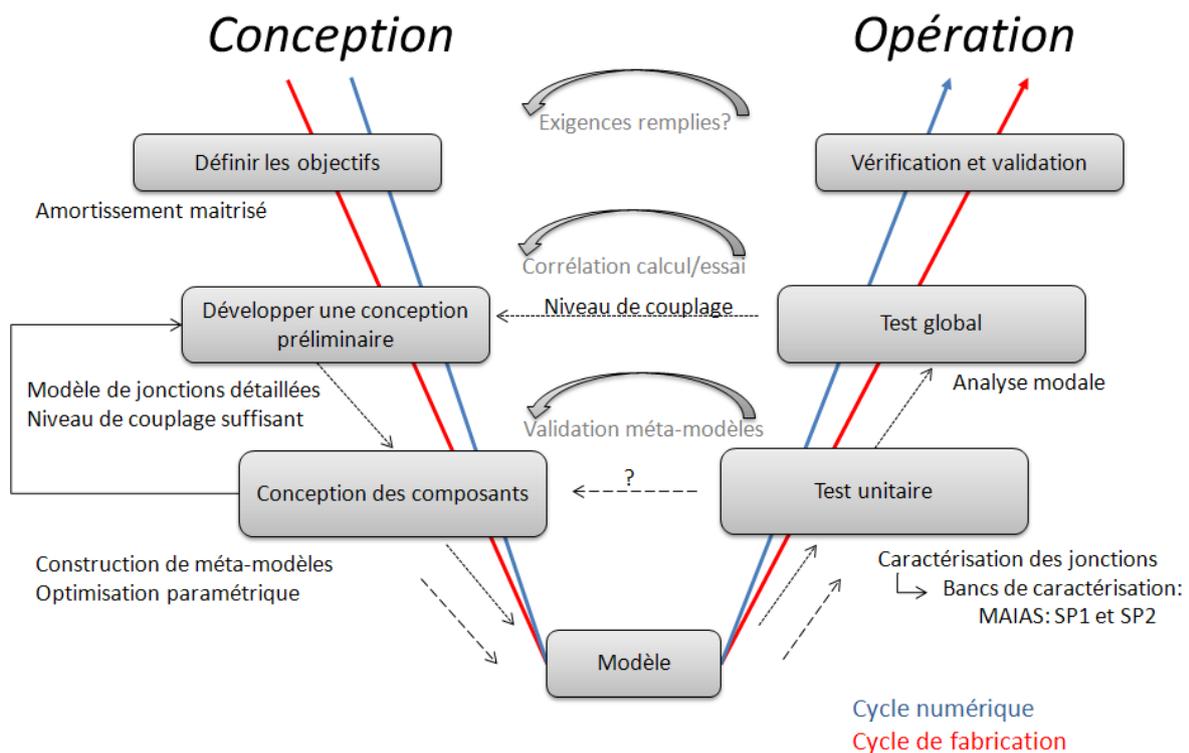


Figure 1.3 : Cycle de conception en V

Dans ce travail, l'objectif étant de concevoir des liaisons dissipatives, la première question est d'assurer que ces liaisons ont une contribution significative au comportement vibratoire. **La première contribution dans ce travail est d'introduire la notion de couplage d'une jonction pour donner une première estimation de la capacité des liaisons**

**à dissiper.** Ceci est présenté au Chapitre 2. On commence ce chapitre par une synthèse des principaux mécanismes de dissipation et des modèles associés pour la représentation du comportement. L'étude de la capacité des jonctions à dissiper est tout d'abord réalisée à travers un exemple simple de jonction ponctuelle pour mettre en évidence la dissipation par matériaux viscoélastiques et par frottement. Ensuite, un exemple de liaison distribuée présentant la structure des jonctions réelles est étudiée afin de décrire le développement de l'approche de mesure du couplage.

Pour illustrer la problématique du passage entre conception locale de liaison et efficacité dans une structure, l'ancrage aéronautique du projet MAIAS a poussé au choix d'une structure représentative de segments de fuselages (Figure 1.4) assemblés par un ensemble de jonctions de formes assez similaires. De telles jonctions entre composants sont présentes pour les hélicoptères chez Eurocopter, les avions chez Airbus ou les lanceurs chez Astrium. On retrouve dans ces assemblages des liaisons en équerre ou des liaisons à plat illustrées par la Figure 1.5.



Figure 1.4 : Fuselage Eurocopter [23]

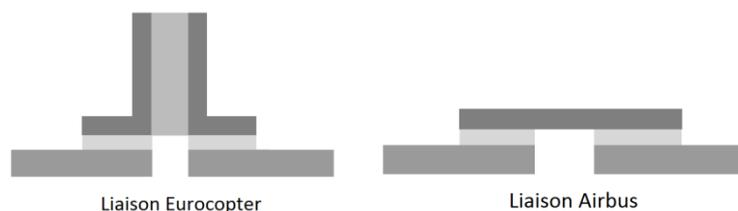


Figure 1.5 : Types de liaisons étudiés dans le projet MAIAS [24]

La structure montrée en Figure 1.6 représente le support « industriel » sur lequel s'est basée notre étude numérique et expérimentale. Sa philosophie de conception reflète celle des structures aéronautiques qui sont habituellement composées de caissons formés d'une peau raidie, un ensemble de cadres et de longerons (appelées aussi, lisses pour des dimensions moins importantes). Ces derniers permettent de supporter le revêtement extérieur et de transmettre l'essentiel des efforts induits par les modes globaux de la structure. Les cadres définissent la forme de l'enveloppe et supportent les longerons. Ce type d'assemblage permet la conception des structures à forts moments quadratiques pour un minimum de masse. Plusieurs types de liaisons sont présentes telles que les liaisons boulonnées, rivetées, collées et soudées.



Figure 1.6 : Maquette

La conception de cette maquette est présentée au Chapitre 3 en se focalisant sur l'étude des jonctions boulonnées types équerres (Figure 1.5). On développera à travers ce chapitre la **deuxième contribution consistant en une conception de jonction boulonnée dissipative basée sur l'introduction du matériau viscoélastique aux interfaces de contact**. L'effet dissipatif connu de ce matériau [18] est combiné à la tenue fonctionnelle de la liaison boulonnée dans ce but. Cet apport permet de répondre à l'objectif industriel visant à optimiser l'amortissement par matériaux viscoélastiques tout en gardant le contrôle des fréquences modales dans un intervalle précis. Toutefois, le choix du matériau adéquat n'est pas évident vu les propriétés qui diffèrent d'un matériau à l'autre et en fonction des paramètres environnementaux. Une étude est alors réalisée pour mettre en évidence ce processus.

La validation de cette approche de conception sera ensuite effectuée par une étude expérimentale décrite dans le Chapitre 4 à travers une analyse modale de la maquette. L'effet dissipatif du matériau viscoélastique sera mis en évidence à travers la campagne d'essais

réalisée pour trois configurations d'interfaces. Cependant, les assemblages mécaniques réels sont susceptibles d'avoir des défauts de forme dus à plusieurs phénomènes liés au cycle fabrication-montage. Ces défauts seront alors pris en considération pour déterminer leurs influences sur l'amortissement de la structure.

Les études paramétriques de conception effectuées sur la maquette dans le troisième chapitre, sont basées sur un modèle physique présentant des détails significatifs autour des jonctions. Dans une structure globale, on rencontre généralement un grand nombre de jonctions de forme souvent très proches. L'intégration de modèles physiques pour un grand nombre de liaisons devient très rapidement lourde en matériel informatique et lente en temps de calcul. Il est donc courant de chercher à représenter les efforts transitant par la liaison à l'aide de méta-modèles caractérisant les efforts transmis dans les liaisons [25]–[28]. La validité de tels méta-modèles est cependant difficile à établir autrement que par des comparaisons de réponses globales. La **troisième contribution** de ce mémoire est donc, dans le Chapitre 5, une réflexion sur **la construction de méta-modèles de liaisons** et de stratégies pour la détermination de leur validité. Différentes stratégies de construction de déformations et d'efforts principaux de liaisons sont proposées et étudiés en supposant des liaisons à comportement viscoélastique. Le cas de liaisons répétées est ensuite abordé pour valider le fait que les bancs d'essais de liaison, basés sur des structures simples et prismatiques à une ou deux liaisons, peuvent effectivement être exploités pour des prédictions de structures dans lesquelles le chargement réel de chaque liaison est beaucoup plus complexe. Pour illustrer ces effets, on considère un modèle cylindrique à dix jonctions boulonnées, plus représentatif de l'architecture réelle des structures aéronautiques.



---

**Chapitre 2. Capacité des liaisons à  
dissiper**

---

## 2.1 Introduction

Étudier la dissipation dans le processus de conception des assemblages mécaniques est l'objectif principal dans ce travail. Ce chapitre commence donc par une synthèse des principaux mécanismes de dissipation considérés. On débute en section 2.2 par une description de la viscoélasticité linéaire, de ses caractéristiques et des modèles rhéologiques utilisés pour la représentation du comportement. Les modèles amortis et les stratégies pour le calcul des amortissements associés aux modes complexes sont ensuite détaillés. Des éléments sur la représentation du contact et du frottement, utilisés indirectement dans la thèse sont enfin introduits.

La section 2.3 analyse ensuite un premier exemple de liaison amortie ponctuelle. L'existence de régimes plus ou moins amortis et l'utilité de réaliser des études paramétriques, pour prendre en compte les évolutions dans des configurations de conception ou des régimes non-linéaires variables, sont décrites.

On aborde enfin en section 2.4 les difficultés liées à la représentation physique détaillées d'une liaison estimée nécessaire pour la conception de liaisons dans les applications industrielles. La prise en compte de surfaces de contact à propriétés variables conduit à des problèmes dont la taille augmente rapidement. Une réduction de modèle s'avère donc nécessaire pour rendre les calculs paramétriques de conception plus abordables. Une description des principales méthodes de réduction utilisées dans ce mémoire, ainsi qu'un petit aperçu sur celles développées dans la littérature, est donc présenté. On illustre enfin le lien entre sensibilités des fréquences à des variations de paramètres de liaison, appelé niveau de couplage par analogie à la notion utilisée pour les structures actives, et potentiel d'amortissement.

## 2.2 Modèles physiques des mécanismes de dissipation

### 2.2.1 Viscoélasticité linéaire

Les matériaux viscoélastiques sont largement décrits dans la littérature pour leurs propriétés intéressantes d'amortissement. On peut citer à titre d'exemples les ouvrages [19], [29]–[31]. Ils sont utilisés couramment dans divers secteurs industriels : génie de transport, génie civil, électroménagers... Ces matériaux combinent un comportement élastique, traduisant la capacité à conserver et restituer de l'énergie après déformation, et visqueux,

traduisant la capacité à dissiper de l'énergie. Le comportement viscoélastique permet d'obtenir des amortissements dès les faibles amplitudes. Du fait des sources moléculaires de ces phénomènes [19], la sensibilité du comportement aux paramètres d'environnement, température [32], fréquence [33], [34], amplitude ou précharge [35] est cependant généralement très forte et doit être considérée. La dépendance à la fréquence et la température peut généralement être considérée dans un cadre linéaire ([19], [29], [36], [37]) et sera considérée dans ce manuscrit. Les dépendances à l'amplitude dynamique sont généralement obtenues pour des niveaux de déformation notablement plus élevés que ceux considérés ici et seront donc ignorés. La dépendance à la précontrainte est connue [38], mais demande des caractérisations difficiles à obtenir. L'influence de ces effets ne sera donc prise en compte qu'à travers des analyses de robustesse.

Dans le cadre de la représentation des matériaux viscoélastiques linéaires, on suppose que la contrainte est une fonction linéaire de l'histoire de la déformation. Sous excitation harmonique, la sollicitation dynamique d'un matériau viscoélastique met en évidence un retard temporel, caractérisé par un déphasage angulaire  $\delta$ , entre l'application d'une déformation et la contrainte qui en résulte car ce matériau dissipe une partie de l'énergie en se déformant [31]. Pour une déformation sinusoïdale appliquée à une fréquence  $s = i\omega$ , s'écrivant sous la forme :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

où  $\varepsilon_0$  est l'amplitude du cycle de déformation,  $\omega$  la pulsation et  $t$  le temps ; la réponse en termes de contrainte  $\sigma$  s'écrit

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (2.2)$$

où  $\sigma_0$  est l'amplitude du cycle de déformation et  $\delta$  l'angle de déphasage. La forme du cycle contrainte-déformation est montrée en Figure 2.1.

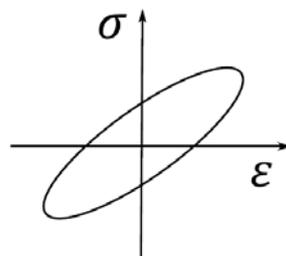


Figure 2.1 : Cycle de contrainte-déformation pour un matériau viscoélastique sous excitation harmonique

La relation contrainte-déformation peut être représentée dans le domaine fréquentiel par un module dynamique complexe  $E$  :

$$E(s) = \frac{\sigma(s)}{\varepsilon(s)} = E'(s) + iE''(s) = E'(s)(1 + i \tan \delta) = E'(s)(1 + i\eta) \quad (2.3)$$

La partie réelle du module complexe  $E'$ , appelé module de stockage, caractérise le comportement élastique du matériau soit sa capacité à emmagasiner et restituer de l'énergie au cours d'un cycle. La partie imaginaire du module  $E''$ , appelé module de perte, caractérise le comportement visqueux du matériau et donc sa capacité à dissiper l'énergie sous forme de chaleur au cours d'un cycle.

Le facteur de perte, égal à la tangente de l'angle  $\delta$ , est une autre caractérisation de la dissipation en relatif à l'élasticité. Il correspond à la mesure de l'énergie dissipée pendant un cycle de déformation normé par l'énergie maximale

$$\eta = \tan \delta = \frac{E''}{E'} = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{énergie dissipée par cycle}}{\text{énergie maximale stockée par cycle}} \quad (2.4)$$

Plus le facteur de perte est important, plus l'énergie dissipée est importante et plus la surface d'hystérésis de l'ellipse relativement à son diamètre l'est aussi. Il est usuel d'obtenir des taux de perte de l'ordre de 1 pour des matériaux conçus pour être dissipatifs.

D'un point de vue pratique, un problème de viscoélasticité peut être résolu comme étant un problème d'élasticité avec un module complexe dépendant de la fréquence, c'est le principe d'équivalence élasticité/viscoélasticité [31].

### 2.2.2 Dépendance à la fréquence et la température

La fréquence et la température sont les facteurs d'environnement, dont l'influence sur le comportement dynamique des matériaux viscoélastiques peut rarement être négligée.

La température présente le facteur le plus influent sur les propriétés des matériaux viscoélastiques. Quatre états différents par lesquels peut passer un matériau viscoélastique en fonction de la température sont illustrés dans la Figure 2.2. Pour des températures très faibles, c'est l'état vitreux, puis c'est l'état de transition, l'état caoutchoutique et enfin l'état fluide pour les températures plus importantes.

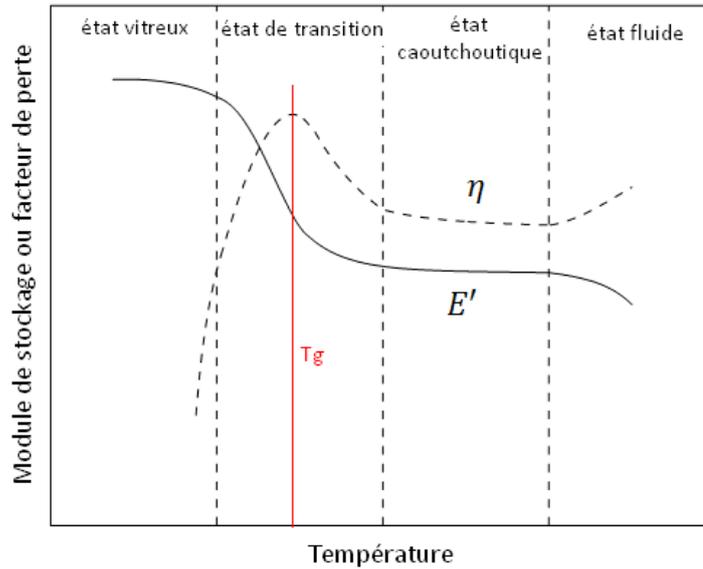


Figure 2.2 : Variation du module de stockage et du facteur de perte en fonction de la température.

A l'état vitreux, le matériau se déforme très peu. Les mouvements intermoléculaires sont très faibles à cause des basses températures qui figent les molécules. Le module de stockage atteint son maximum et ne présente pas de variations importantes avec la température. Contrairement au facteur de perte qui est très faible dans cette zone mais qui augmente très rapidement avec la température.

L'état de transition présente, comme l'indique son nom, une phase de transition entre l'état vitreux rigide et l'état caoutchoutique. Cet état est caractérisé par un facteur de perte qui atteint son maximum à la température  $T_g$ , dite vitreuse, dépendante de la fréquence et un module qui décroît avec la température. Pour les applications d'amortissement, on fonctionne généralement au voisinage de la température de transition pour maximiser l'amortissement.

À l'état caoutchoutique, les matériaux sont caractérisés par une déformabilité importante et un comportement visqueux. Le module et le facteur de perte sont relativement faibles.

Enfin, l'état fluide caractérise un matériau se comportant comme un fluide fortement visqueux. Toutefois, l'instabilité de cet état permet rarement de le considérer dans les études de conception des structures.

La mesure des caractéristiques viscoélastiques à une température constante, généralement dans la zone de transition où l'amortissement est maximal, donne un module complexe et un facteur de perte variable en fréquence qui possèdent généralement les caractéristiques montrées dans la Figure 2.3. À faibles fréquences, le module de stockage tend vers une limite asymptotique définissant la raideur statique du matériau. En augmentant la fréquence, un effet de rigidification du matériau est alors détecté. Concernant le facteur de perte, il atteint son maximum à une fréquence à laquelle le module présente l'évolution la plus rapide.

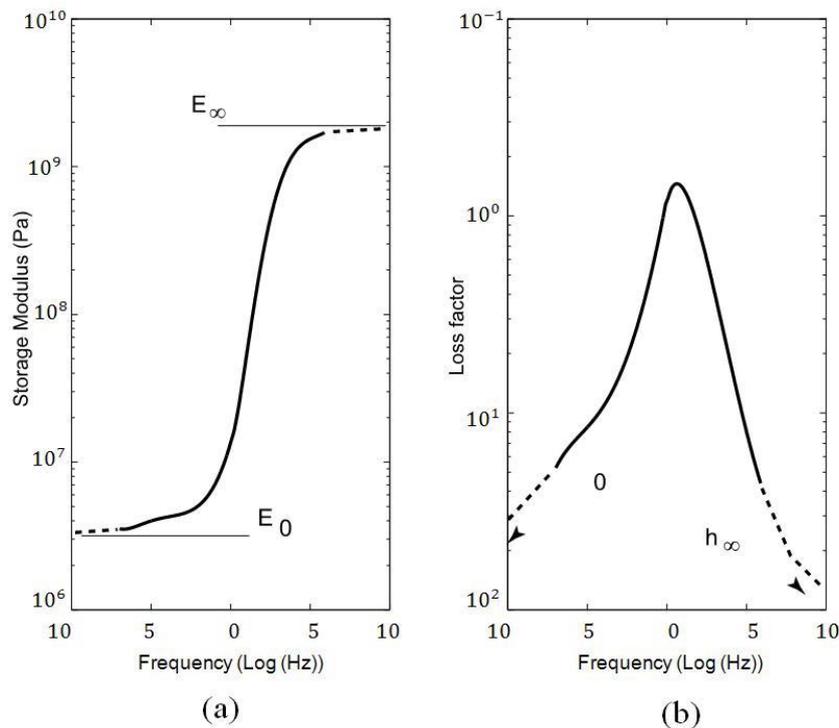


Figure 2.3 : Évolution des caractéristiques viscoélastiques en fonction de la fréquence, à température fixe. a) module de stockage, b) facteur de perte

En combinant les effets des deux paramètres, étudiés dans cette section, sur l'évolution des propriétés des matériaux, une diminution de température équivalente à une augmentation de fréquence est alors notée. On constate alors l'existence d'une courbe maîtresse donnant le module complexe comme fonction d'une fréquence réduite elle-même dépendante de la fréquence physique et de la température. Ce principe d'équivalence [19] permet de réaliser des mesures de caractérisation sur une grande gamme de températures et de déduire les caractéristiques du matériau à des fréquences plus élevées que les moyens de mesures ne le permettent.

### 2.2.3 Modèles rhéologiques en viscoélasticité linéaire

D'un point de vue rhéologique, différents modèles permettent de représenter la relation entre la contrainte et la déformation. La première famille permet de représenter cette relation sous forme d'un assemblage de ressorts ( $E(s)$ ) caractérisant l'élasticité du matériau et d'amortisseurs visqueux ( $C$ ) caractérisant sa viscosité. Dans cette famille de modèles, il existe des modèles simples et des modèles plus complexes appelés modèles généralisés. Un modèle rhéologique généralisé est l'assemblage en série ou en parallèle d'un nombre fini de cellules de modèles rhéologiques simples composées chacune d'un ressort en série ou en parallèle avec un amortisseur. La disposition en série permet d'avoir une déformation totale donnée par la somme des déformations de chaque élément avec des contraintes identiques. En parallèle, c'est le contraire. Quelques exemples de ces modèles sont présentés dans la Figure 2.4. L'ensemble de ces modèles conduisent à des représentations fréquentielles sous forme de fraction rationnelle.

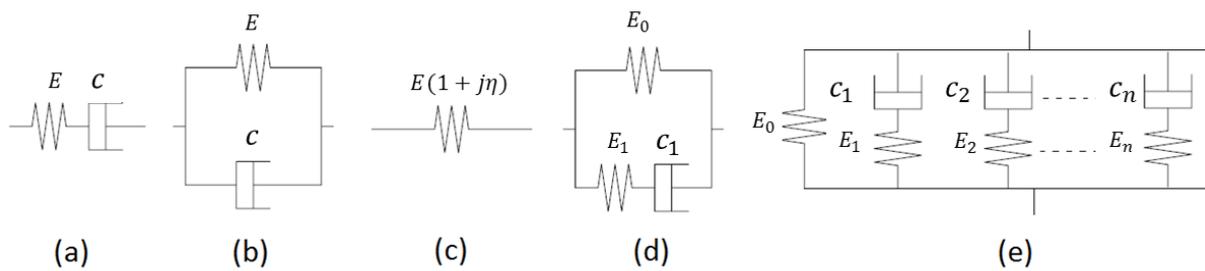


Figure 2.4: Modèles rhéologiques viscoélastiques : a) Maxwell, b) Kelvin-Voigt, c) Amortissement structural, d) Zener, e) Maxwell généralisé

On reprend ci-dessous la raideur dynamique  $Z(s)$  de quelques modèles usuels.

- Le modèle de Maxwell :

$$Z(s) = \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{Cs} \right)^{-1} \quad (2.5)$$

- Le modèle Kelvin-Voigt, appelé aussi amortissement visqueux:

$$Z(s) = E + Cs \quad (2.6)$$

- L'amortissement structural, composé par une raideur complexe constante :

$$Z(s) = E(1 + i\eta) \quad (2.7)$$

- Le modèle de Zener, appelé aussi amortissement de solide viscoélastique standard :

$$Z(s) = E_0 + \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{C_1 s} \right)^{-1} \quad (2.8)$$

- Le modèle de Maxwell généralisé [39], constitué d'une association de modèle Zener et des modèles de Maxwell en parallèle :

$$Z(s) = E_0 + \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{E_j} + \frac{1}{C_j s} \right)^{-1} \quad (2.9)$$

D'autres modèles rhéologiques généralisés ont été développés tel que le modèle de Voigt généralisé, le modèle de Voigt fractal (Figure 2.5a), le modèle de Maxwell fractal [40]... afin de s'adapter au mieux au type de problème étudié. Cependant ces modèles présentent un inconvénient. Le nombre d'éléments employé pour modéliser au mieux une interface avec les modèles généralisés peut aboutir à faire face à l'identification d'un nombre rapidement très important de paramètres. Dans ce contexte, les modèles à dérivées fractionnaires ont été proposés pour mieux coller au comportement en utilisant moins de paramètres. Ces modèles ont été conçus par des mathématiciens s'intéressant aux dérivées fractionnaires, tel que Grunwald, Cauchy, Oldham [41], Podlubny [42] et ont ensuite été employés par des mécaniciens tel que Bagley [43] pour établir une relation de dérivation fractionnaire entre la contrainte et la déformation. Un nouvel élément est ainsi proposé, appelé « spring-pot » dont le comportement est entre celui d'un ressort pur et celui d'un amortisseur pur (Figure 2.5b).

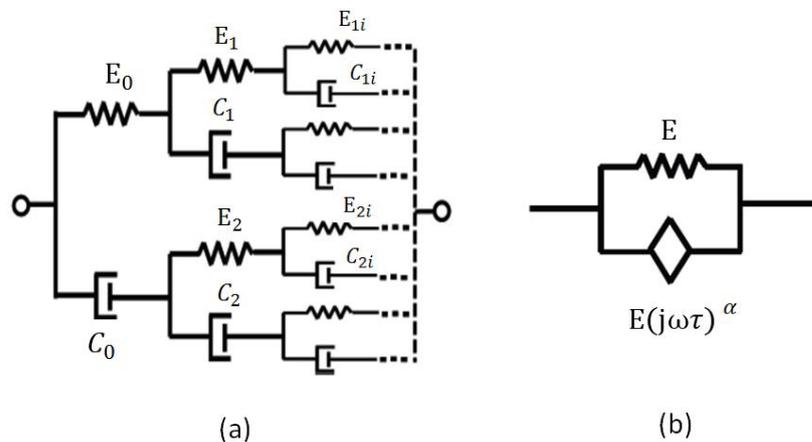


Figure 2.5 : a) Voigt fractal, b) kelvin-Voigt fractionnaire

Pour le choix du modèle rhéologique à utiliser le premier objectif est de décrire au mieux l'évolution du module complexe d'élasticité en fonction de la fréquence. L'identification de paramètres de loi de comportement, permettant une description fidèle sur de larges domaines fréquentiels, à partir de mesures telles que celles dans la Figure 2.3 est une difficulté notable et des réflexions à ce sujet sont détaillées, par exemple en [39]. Le deuxième objectif est d'obtenir une implémentation numérique efficace, ce qui dépend évidemment du code considéré et est forcément plus difficile quand la taille de la structure globale et le nombre d'éléments à comportement viscoélastique augmente.

Dans le cas de notre étude, on s'intéresse à des calculs de modes à travers des résolutions fréquentielles dans lesquelles le choix d'une représentation analytique de  $E(s)$  n'est pas utile dans la mesure où des lois tabulées directement issues de l'expérience peuvent être utilisées comme cela sera explicité dans les sections suivantes.

#### 2.2.4 Modèles de structures viscoélastiques

Pour un système mécanique soumis à des efforts extérieurs avec un comportement viscoélastique, l'équivalence élastique/viscoélastique permet de décrire l'état dynamique de ce système dans le domaine fréquentiel sous la forme

$$[Z(s)]\{q(s)\} = [[M]s^2 + [K(s)]]\{q(s)\} = [b]\{u(s)\} \quad (2.10)$$

$$y(s) = [c] \{q(s)\} \quad (2.11)$$

où  $M$  est la matrice masse,  $K$  est la matrice de rigidité de la structure dépendante de la fréquence,  $u$  est le vecteur des entrées du système,  $q$  est le vecteur des degrés de liberté (DDL) du système,  $y$  est le vecteur des sorties du système et  $c$  et  $b$  sont les matrices d'observation et de commande respectivement.

Le système mécanique est composé par des matériaux élastiques et viscoélastiques, il convient donc de préciser la représentation de la rigidité dynamique  $Z(s)$  en faisant ressortir le fait que la dépendance du module à la fréquence peut être représentée comme le produit de modules scalaires dépendants de la fréquence  $E_j(s)$ , associés à chaque matériau viscoélastique  $j$ , et de matrices élastiques constantes calculées pour un module réel de référence  $E_0$ . On écrit donc :

$$Z(E_j, s) = \left[ [M]s^2 + [K_e] + \sum_j E_j(s) \left[ \frac{K_{vj}(E_0)}{E_0} \right] \right] \quad (2.12)$$

avec,  $E_0$  est le module de stockage et  $K_e$  et  $K_{vj}$  représentent les raideurs des matériaux élastiques et viscoélastiques respectivement.

La raideur dynamique se compose donc d'une partie réelle  $[[M]s^2 + [K_e] + \sum_j Re(E_j(s)) \left[ \frac{K_{vj}(E_0)}{E_0} \right]]$  exprimant les contributions des matrices de masse et de raideurs élastiques et d'une partie imaginaire  $[\sum_j Im(E_j(s)) \left[ \frac{K_{vj}(E_0)}{E_0} \right]]$  exprimant la dissipation des matériaux viscoélastiques.

### 2.2.5 Calcul de l'amortissement

L'amortissement des modes du système (2.12) peut être calculé par plusieurs méthodes. On présente dans ce qui suit l'approximation "Modal Strain Energy" (MSE) [44] utilisée généralement pour les systèmes faiblement amortis et le calcul des modes complexes [18]-[19] qui est générale.

La méthode MSE est basée sur le calcul d'un coefficient d'amortissement visqueux équivalent à partir de la notion de facteur de perte. La notion de facteur de perte, appliquée à une structure, consiste à supposer une réponse forcée suivant un mode réel particulier  $q_j = \{\phi_j\} \cos(\omega t)$  et à calculer le ratio de l'énergie dissipée divisée par  $2\pi$  fois l'énergie élastique maximale associée à cette déformation

$$\eta_j(\omega) = \frac{\int_0^{2\pi} \sigma(q_j) \dot{\epsilon}(q_j) dt}{2\pi \phi_j^t [K] \phi_j} \quad (2.13)$$

L'amortissement modal associé est alors estimé comme l'amortissement visqueux donnant la même dissipation à la résonance  $\omega_j$ , est obtenu par la relation

$$2\xi_j = \eta_j(\omega_j) \quad (2.14)$$

Pour une rigidité dynamique décrite par l'équation (2.12), la méthode MSE donne donc le coefficient d'amortissement  $\xi_j$  associé au  $j$  ième mode réel par la combinaison du facteur de perte dans chaque matériau pondéré par la contribution d'énergie, soit

$$2\xi_j = \sum_e \eta_e \frac{\phi_{j|e}^t [K]_e \phi_{j|e}}{\phi_j^t [K] \phi_j} \quad (2.15)$$

avec,  $\phi_{j|e}$  le vecteur propre associé à la trace du  $j$ ème mode réel sur l'élément  $e$  et  $K|_e$  la matrice de rigidité de l'élément  $e$ .

L'hypothèse de la MSE que le déplacement à lieu suivant un mode réel est clairement une approximation. Pour un système dynamique général, un mode est une solution possible des équations du système évoluant de façon exponentielle en l'absence d'efforts extérieurs :

$$\{q(t)\} = Re \left\{ \{\psi_j\} e^{\lambda_j t} \right\} \quad (2.16)$$

Le calcul des modes complexes correspond donc à la résolution des problèmes aux valeurs propres

$$[Z(\lambda_j)] \{\psi_{jD}\} = \{0\} \quad \text{et} \quad \{\psi_{jG}\}^t [Z(\lambda_j)] = \{0\} \quad (2.17)$$

La rigidité dynamique  $Z(s)$  est une fonction analytique du plan complexe, on peut donc écrire un développement en série de Laurent autour des pôles de son inverse sous la forme

$$[Z(s)]^{-1} = \sum_j \frac{\{\psi_{jD}\} \{\psi_{jG}\}^t}{\alpha_j (s - \lambda_j)} \quad (2.18)$$

avec,  $\alpha_j$  le coefficient de normalisation donné par

$$\alpha_j = \{\psi_{jG}\}^t \left[ \frac{\partial Z(s)}{\partial s} \right] \{\psi_{jD}\} \quad (2.19)$$

En général, ce coefficient est pris égal à l'unité pour des raisons de simplification. On peut alors écrire les transferts définis par les équations (2.10)-(2.11), sous la forme

$$\{y(s)\} = [H(s)] \{u(s)\} = [c] \{q(s)\} = [c] [Z(s)]^{-1} [b] \{u(s)\} = \sum_j \frac{[c] \{\psi_{jD}\} \{\psi_{jG}\}^t [b]}{(s - \lambda_j)} \quad (2.20)$$

Dans le cas où on a des matrices constantes, c'est-à-dire si on choisit un module complexe spécifique comme dans les études développées dans les chapitres suivants, le problème aux valeurs propres s'écrit

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \lambda_j + \begin{bmatrix} K(E) & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \{\theta_j\} = \{0\} \quad (2.21)$$

avec,  $\{\theta_j\} = \begin{Bmatrix} \psi_j \\ \lambda_j \psi_j \end{Bmatrix}$  le vecteur propre associé au  $j$  ième mode complexe.  $\psi_j$  et  $\lambda_j \psi_j$  définissent le vecteur déplacement et vitesse respectivement correspondants. La résolution du problème (2.21) génère des paires conjuguées de valeurs et vecteurs propres complexes.

Deux conditions d'orthogonalisation sont nécessaires et suffisantes pour que l'ensemble de vecteurs  $[\psi]_{N \times 2N}$  et de pôles  $[\Lambda]_{2N \times 2N} = \text{diag}(\lambda_j)$  définissant les modes complexes du modèle à  $N$  DDL diagonalise les matrices du modèle

$$[\theta]^t \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{bmatrix} [\theta] = \Lambda \psi^t M \psi + \psi^t M \psi \Lambda = [I]_{2N} \quad (2.22)$$

$$[\theta]^t \begin{bmatrix} K(E) & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} [\theta] = \psi^t K \psi + \Lambda \psi^t M \psi \Lambda = -[\Lambda]_{2N} \quad (2.23)$$

Les solutions du problème associé à un modèle viscoélastique s'écrivent alors en résolvant les expressions, en fonction des modes complexes à gauche et à droite, suivantes

$$[M\lambda_j^2 + K(E)]\{\psi_{jD}\} = \{0\} \quad (2.24)$$

$$\{\psi_{jG}\}[M\lambda_j^2 + K(E)] = \{0\} \quad (2.25)$$

Concernant le travail développé dans ce manuscrit ( Figure 3.19 et Figure 3.21), on évite l'écueil de la prise en compte de modules dépendant de la fréquence en introduisant un problème au valeur propre paramétré en module associé à la raideur dynamique

$$Z(E, s) = \left[ Ms^2 + K_e + \sum_j \frac{E_j}{E_0} K_{vj}(E_0) \right] \quad (2.26)$$

En balayant une large gamme de modules de stockage et de facteurs de perte, on construit une représentation paramétrique de modes dépendant du module complexe

$$\lambda_j(E), \quad \{\psi_j(E)\} \quad (2.27)$$

Le calcul du mode réellement obtenu est alors un problème d'interpolation où l'on cherche le module complexe à associer à un pôle  $\lambda_j$  donné.

### 2.2.6 Contact et frottement

Le contact/frottement (Figure 2.6a) est le deuxième mécanisme usuel de dissipation dans les liaisons et on décrit ici quelques modèles usuels.

D'un point de vue micromécanique, deux surfaces ne sont en contact qu'en certains points appelés aspérités et qui représentent les irrégularités de ces surfaces. La modélisation du contact [47]–[50], n'est autre que la modélisation de la loi de comportement de ces aspérités. La modélisation du contact entre deux surfaces nécessite la mesure de la distance entre eux (Figure 2.6b), appelé "gap" dans le reste du manuscrit et noté  $g$ . C'est en fonction de cette grandeur que tous les modèles de contact sont définis : pour un gap positif, il n'y a pas de contact. La loi la plus simple à formuler est celle de Signorini-Coulomb [49] qui relie le contact et le frottement en considérant des surfaces parfaitement planes.

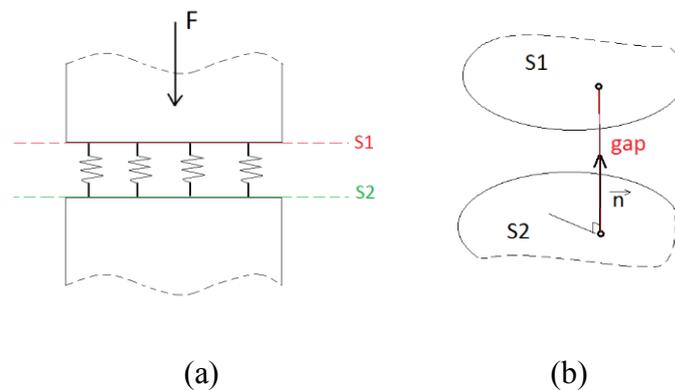


Figure 2.6 : a) Modélisation du contact et frottement entre deux surfaces S1 et S2, b) gap définissant le contact entre deux surfaces

Plusieurs lois de contact ont été développées afin de décrire la relation, reliant la pression à l'interface au gap, en se basant sur le principe de la loi de Signorini [49] mais d'une façon à considérer la réalité des surfaces avec la présence d'aspérités. Ces irrégularités peuvent se permettre une compression due à leurs caractères d'élasticité. Cette déformation peut se traduire par un gap négatif et une pression encore plus importante. C'est dans ce cadre que les différentes autres lois de contact sont définies (Figure 2.7).

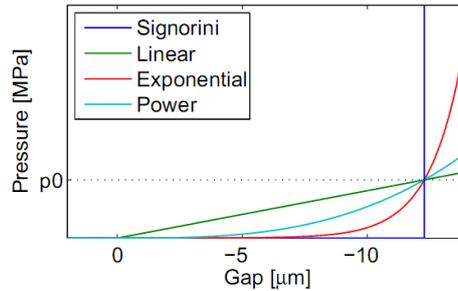


Figure 2.7 : Lois de contact [14]

La loi de contact linéaire représente la loi la plus simple. Elle définit une réponse linéaire de la pression pour des gaps négatifs à chaque point de contact. Cette loi est donnée en fonction de la raideur normale de contact  $k_c$  par

$$p(g) = -k_c \min(0, g) \quad (2.28)$$

Toutes les lois de contact ont été développées dans l'espoir d'approcher au mieux la physique réelle de la relation entre l'interpénétration des surfaces et la rigidification à l'interface de contact. Le choix d'utilisation de l'une d'entre elles, dépend du problème et la possibilité de recalibrer le modèle expérimentalement. D'autres variantes ont été développées à partir de ces lois dans ce cadre [51] et reflétant la manière dont chacun analyse la physique des interfaces.

D'un point de vue frottement, lorsqu'un système mécanique composé de deux surfaces en contact est soumis à une force externe  $F$ , les aspérités subissent des déformations élastiques permettant de créer ainsi la force de frottement  $F_t$  qui compense l'effort externe : les deux surfaces sont alors en phase d'adhérence. Lorsque la force externe devient supérieure à un certain seuil au-delà duquel les aspérités subissent des déformations plastiques : les deux surfaces glissent alors l'une par rapport à l'autre, c'est le macro-glissement. Un régime intermédiaire est défini comme le glissement partiel dans lequel une partie des aspérités est en adhérence et une autre en glissement total. Dans le cas des liaisons, la dissipation est obtenue dans ce régime.

Depuis le 15ème siècle avec Léonard de Vinci et jusqu'à aujourd'hui, de nombreux modèles de frottement ont été développés dans la littérature [52]-[10]. On peut distinguer les méta-modèles représentant le comportement d'une liaison complète et les modèles de comportement local.

Les modèles de comportement local, qui permettent de discrétiser les formes les plus complexes d'interfaces, peuvent être associés à des lois de frottement simples types modèle de Coulomb [53] ou Coulomb régularisé comme montré en Figure 2.8a. Dans ce cas, on décrit une phase d'évolution linéaire de l'effort tangentiel avec une pente  $k$  jusqu'à un seuil de glissement ( $|F_t| = \mu F_n$ ). Cette représentation suppose l'existence de déformation élastique non-représentée par les modèles en contact. Le modèle de Coulomb régularisé correspond à un comportement de Jenkins [54] constitué de l'ensemble d'une raideur  $k$  et d'un frotteur  $\mu$  mis en série (Figure 2.8b).

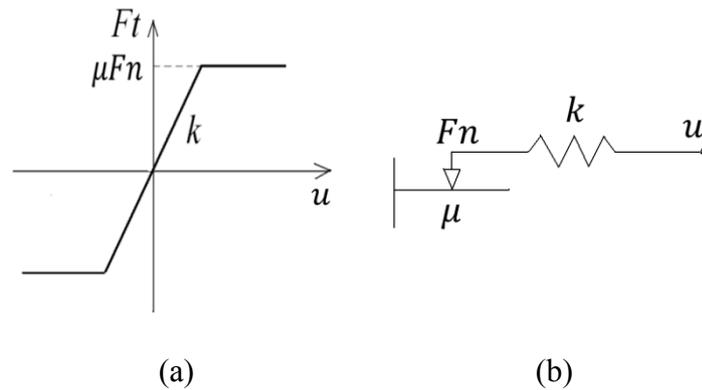


Figure 2.8 : a) Coulomb régularisé, b) Modèle rhéologique : élément de Jenkins

De nombreux travaux de la littérature considèrent des comportements plus complexes (Dahl [55], Lugre [56], Iwan [57], Bliman [58]...) pour reproduire des comportements globaux de liaisons frottantes. Il est cependant toujours difficile de comprendre si ce besoin de raffinement est lié au passage d'un modèle local à un méta-modèle de liaison ou si des lois locales raffinées sont nécessaires. Le Chapitre 5 introduira une réflexion sur le lien entre modèles locaux et méta-modèles de liaison.

### 2.2.7 Implémentation numérique du contact et frottement

Cette section détaille l'implémentation numérique des modèles de contact et frottement locaux décrits dans la section précédente.

Le contact à l'interface de liaison de deux corps modélisés par des éléments finis 3D, est défini aux points de Gauss de chaque élément de surface. Un vecteur de gaps  $\{g\}$  est défini afin de décrire la distance entre deux points de Gauss en vis-à-vis. Ainsi, le gap est défini comme étant la différence entre les déplacements des points de Gauss, projetée sur l'axe

normal  $N$  aux surfaces maitres et esclaves en mouvement l'un par rapport à l'autre (Figure 2.9).

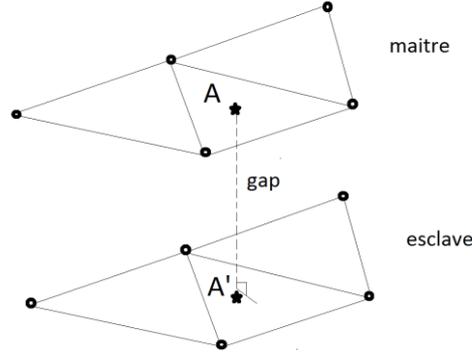


Figure 2.9 : Modèle de calcul de gap en éléments finis

Le gap s'écrit alors :

$$\{g\} = \vec{N} \cdot \{\vec{u}_{esclave} - \vec{u}_{maitre}\} - \{g_0\} \quad (2.29)$$

avec,  $g_0$  le vecteur des gaps initiaux et  $u$  le vecteur des déplacements des points de Gauss.

Le modèle (2.29) peut s'écrire sous forme matricielle en reliant le vecteur des gaps  $\{g\}$  aux  $N_c$  points de Gauss et le vecteur des  $N$  DDL physiques  $\{q\}$  aux nœuds correspondants par l'expression suivante :

$$\{g\}_{N_c \times 1} = [C_{NOR}]_{N_c \times N} \{q\}_{N \times 1} - \{g_0\}_{N_c \times 1} \quad (2.30)$$

où  $C_{NOR}$  est appelée une matrice d'observation. Soit,  $u_{A'}$  le déplacement du point  $A'$ , il dépend des déplacements nodaux par la relation

$$u_{A'} = \sum_{x_k \in e} \xi_k(A') \cdot q_k \quad (2.31)$$

où  $\xi_k(A')$  est la fonction de forme définissant la position de  $A'$  dans l'élément  $e$  par rapport aux nœuds. En posant  $u_{esclave} = u_{A'}$  on retrouve une des composantes de la matrice d'observation (2.30).

Les forces générées par une loi gap-pressure nous permettent d'écrire l'effort normal à la surface sous forme intégrale

$$\{\hat{q}\}^t \{f_N\} = \int_S \{\hat{u}(\hat{q})\}^t N p dS \simeq \sum_e \sum_j \{\hat{u}(\hat{q})\}^t \{N\} p(x_j, q) w_j^{(e)} J^{(e)}(x_j) \quad (2.32)$$

avec,  $\hat{q}$  le vecteur des DDL virtuels,  $f_N$  le vecteur des forces de contact normal,  $p$  la pression de contact,  $w_j^{(e)}$  le poids pondéré associé à la règle d'intégration,  $J^{(e)}$  le jacobien associé à la transformation de la forme et  $x_j$  les points d'intégration, respectivement de l'élément  $e$ . Le modèle (2.32) peut alors s'écrire sous forme matricielle

$$\{f_N\}_{N_c*1} = [C_{NOR}]^T_{N_c*N} \{w_j^{(e)} J^{(e)}(x_j) p(x_j, q)\}_{N_c*1} \quad (2.33)$$

L'effort tangentiel est lui dépendant de la vitesse de glissement des surfaces en liaison. Cette vitesse est définie en fonction des vitesses de glissement des nœuds maîtres et esclaves par

$$\{v\} = \vec{T}_d \cdot \{\vec{u}_{esclave} - \vec{u}_{maitre}\} \quad (2.34)$$

où  $T_d$  représente les directions du glissement orthogonales à la normale du plan de contact. En se basant sur les équations (2.34) et (2.31), la vitesse de glissement aux points de Gauss peut être écrite en fonction des vitesses aux nœuds sous la forme

$$\{v\}_{2N_c*1} = [C_{TAN}]_{2N_c*N} \{\dot{q}\}_{N*1} \quad (2.35)$$

où  $C_{TAN}$  représente la matrice d'observation des déplacements tangentiels suivant les deux axes du plan. Ainsi, la force tangentielle de frottement s'écrit en fonction de la force locale de frottement  $f_{tj}$  sous la forme

$$\{f_T\}_{N*1} = [C_{TAN}]^T_{N*2N_c} \{w_j^{(e)} J^{(e)}(x_j) f_{tj}(p(x_j, q))\}_{2N_c*1} \quad (2.36)$$

## 2.3 Premier exemple : liaison amortie ponctuelle

### 2.3.1 Objectifs et présentation du problème

On présente ici un exemple simple de structure mécanique permettant d'illustrer la capacité des liaisons à dissiper. Le système, montré en Figure 2.10, est un ensemble de deux poutres articulées par une liaison pivot avec un ressort de torsion amortissant. À travers cette étude, on aborde les comportements viscoélastiques linéaires paramétrés et une non-linéarité

de frottement. On illustre l'existence de configurations non dissipatives pour ces deux problèmes.

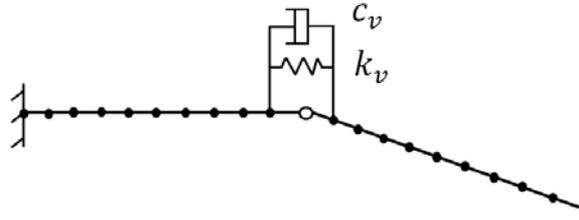


Figure 2.10 : Structure de poutres articulées

La structure encastree/libre est composee de deux poutres identiques de  $2m$  de longueur et de section circulaire de diametre  $5 \cdot 10^{-3}m$ . Chaque poutre est divisee en dix elements a deux noeuds. Le mouvement est suppose dans le plan  $(X, Y)$ . Le pivot est represente par la continuite des degres de liberte de translations a l'interface entre les deux poutres. Les degres de liberte de rotation sont dedoublés pour modeliser le ressort.

Le modele d'etat de ce systeme s'ecrit sous la forme generale

$$[Z(s)]\{q(s)\} = [b]\{u(s)\} \quad (2.37)$$

$$\{y(s)\} = [c]\{q(s)\} \quad (2.38)$$

ou  $[b]\{u(s)\}$  est le chargement applique sur la structure avec  $[b]$  caracterisant la localisation spatiale et  $\{u(s)\}$  caracterisant les reponses temporelles/fréquentielles.  $\{y(s)\}$  represente la sortie du systeme.  $\{q(s)\}$  est le vecteur des DDL du systeme.  $[Z(s)] = Ms^2 + Cs + K$  est la rigidite dynamique du systeme, avec  $M$ ,  $C$  et  $K$  representent la matrice masse, amortissement et rigidite respectivement.

Le ressort avec amortissement visqueux correspond a une rhéologie de type Kelvin-Voigt (2.6) caracterise par une raideur  $k_v$  et un amortisseur visqueux  $c_v$ . Sa rigidite dynamique est donnee par

$$k(s) = k_v + c_v s \quad (2.39)$$

On peut chercher un amortissement structural equivalent (2.7) en posant une rigidite dynamique de la forme

$$k = k_v(1 + i\eta) \quad (2.40)$$

Pour reproduire un même niveau de réponse vibratoire à la résonance  $s = i\omega_j$ , on peut supposer l'égalité des deux rigidités dynamiques à cette fréquence soit

$$k(s) = k_v + c_v s = k_v(1 + i\eta) \quad (2.41)$$

d'où, une relation entre le taux de perte et l'amortissement visqueux

$$c_v \omega_j = k_v \eta \quad (2.42)$$

### 2.3.2 Capacité de dissipation par une liaison viscoélastique

Afin d'étudier la capacité de dissipation d'énergie, une étude paramétrique en fonction des propriétés de liaison est menée ici.

De manière générale une étude paramétrique fait varier un ou plusieurs paramètres pour calculer l'évolution d'une quantité physique d'intérêt. Cette étude sert dans un premier temps à mettre en évidence les paramètres influents sur la quantité d'intérêt et dans un deuxième temps à optimiser le comportement. Dans notre cas de poutres articulées, on fait varier la valeur de la raideur  $k_v$  et le facteur de perte  $\eta$  en calculant l'amortissement visqueux  $c_v$  réellement utilisé dans le modèle par la relation (2.42). Le calcul de la dissipation étant l'objectif principal, on calcule le taux d'amortissement modal pour deux valeurs de facteur de perte  $\eta = 1$  et  $\eta = 10^{-3}$  représentatifs de polymères et de métaux respectivement.

Pour un facteur de perte  $\eta = 1$ , on calcule les modes complexes et les pôles associés en variant la raideur  $k_v$  dans l'intervalle  $[10^{-3}, 10^3] N/m$ . On trace le lieu des pôles afin d'évaluer l'évolution de l'amortissement. La technique du lieu des pôles, appelé aussi lieu d'Evans ou lieu des racines ('root locus' en anglais) est utilisée quand le comportement du système dépend d'un paramètre. Les pôles associés aux modes complexes, sont localisés sur un plan complexe dont l'axe des abscisses est l'axe des parties réelles et l'axe des ordonnées est l'axe des parties imaginaires. Pour une raideur fixe, le lieu des pôles d'un système sous-amorti avec un seul degré de liberté est un demi-cercle. Dans ce cas les deux pôles sont des nombres complexes conjugués. Dans le cas d'un système sur-amorti, les deux pôles sont réels. L'un tend vers zéro et l'autre vers l'infini. Dans le cas d'un système critique ( $\xi = 1$ ), les deux

solutions sont confondues. Dans le cas d'un système à plusieurs degrés de liberté, l'évolution des modes est plus complexe, car il peut y avoir une interaction entre différents modes réels.

La Figure 2.11 montre le lieu des pôles de notre système. On remarque qu'en augmentant la valeur de  $k_v$ , un seul mode devient sur-amorti. Ce mode est caractérisé par la phase de vibration (sous-amorti), puis la phase de relaxation (comportement sur-amorti). Tous les autres modes restent sous-amortis dans la gamme de  $k_v$  étudiée.

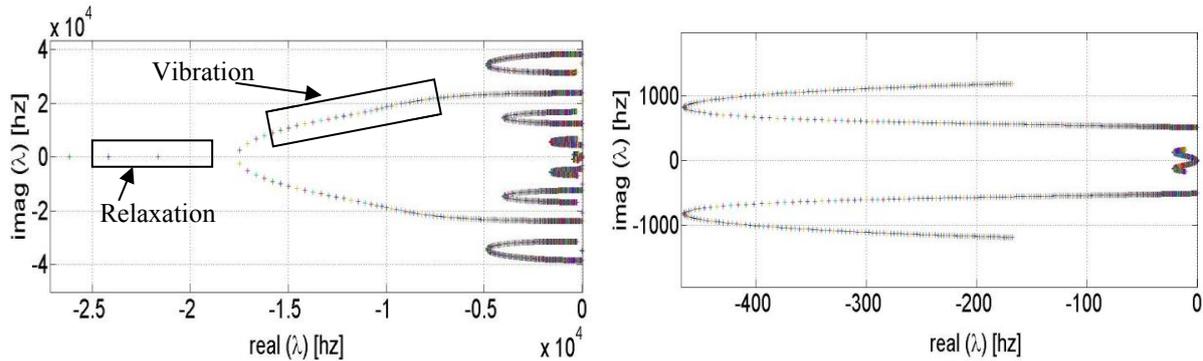


Figure 2.11 : (a) Pôles des dix premiers modes, (b) Zoom sur les pôles des deux premiers modes

La Figure 2.12 présente une vue plus classique pour les vibrations en fréquence  $f = |\lambda|$  et taux d'amortissement  $\zeta = \frac{-\text{Re}(\lambda)}{|\lambda|}$ , avec  $\lambda$  le pôle. On peut y lire les taux d'amortissement maximaux, soit 18% pour le premier mode et 50% pour le deuxième mode. On remarque aussi que pour une raideur très faible, le taux d'amortissement tend vers zéro. Il passe ensuite par un optimum avant de régresser pour des raideurs importantes.

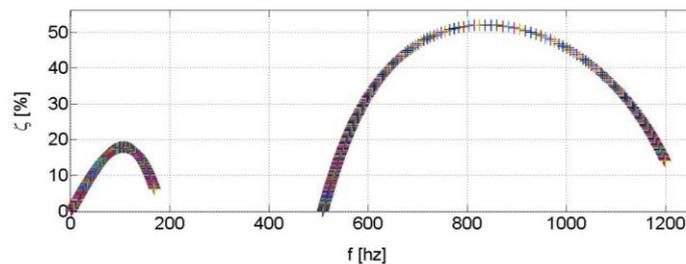


Figure 2.12 : Évolution des fréquences et taux d'amortissement des deux premiers modes propres pour une raideur de liaison variable dans  $[10^{-3}, 10^3] N/m$

La Figure 2.13 permet de mieux analyser l'évolution pour les grandes raideurs dans la gamme  $k_v \in [10^{-3}, 10^5]$ . La figure confirme que le taux d'amortissement retourne vers zéro

pour le premier mode et subit une bifurcation pour le deuxième mode. Cette allure d'évolution montre qu'il existe une interaction avec le troisième mode.

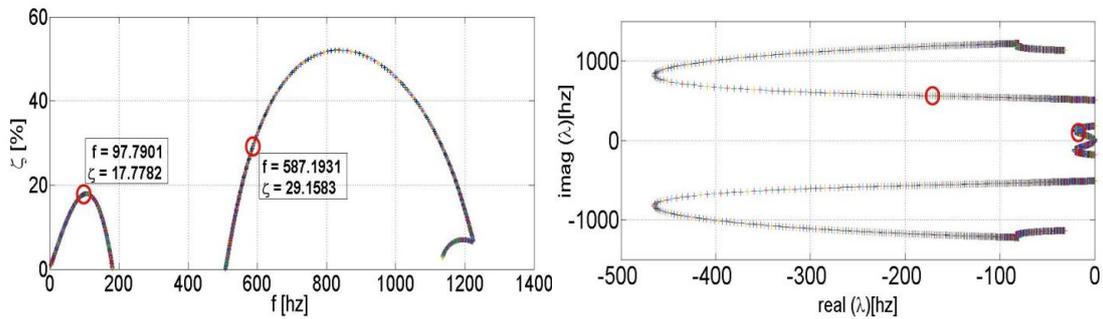


Figure 2.13 : (a) Évolution des fréquences et taux d'amortissement des deux premiers modes propres pour une raideur de liaison variable dans  $[10^{-3}, 10^5] N/m$ , (b) Lieu des pôles des 2 premiers modes

Un taux d'amortissement qui tend vers zéro, nous indique la convergence vers une liaison parfaite sans travail de l'articulation reliant les deux poutres. Afin de mettre en évidence ce fait, on présente dans la Figure 2.14, les déformées modales pour les deux premiers modes propres pour trois valeurs de  $k_v$  présentant les valeurs minimales, moyenne et maximale de l'intervalle étudié avec  $\eta = 1$ . Le choix de la raideur  $k_v$  à retenir dépend des objectifs à atteindre. Notre objectif ici est d'optimiser la dissipation dans les structures assemblées. Pour une valeur de  $k_v=10^2$ , on a un taux d'amortissement de  $\xi = 18\%$  pour une première pulsation propre au voisinage de  $\omega_1 = 100 [Hz]$  (points encerclé en rouge dans la Figure 2.13).

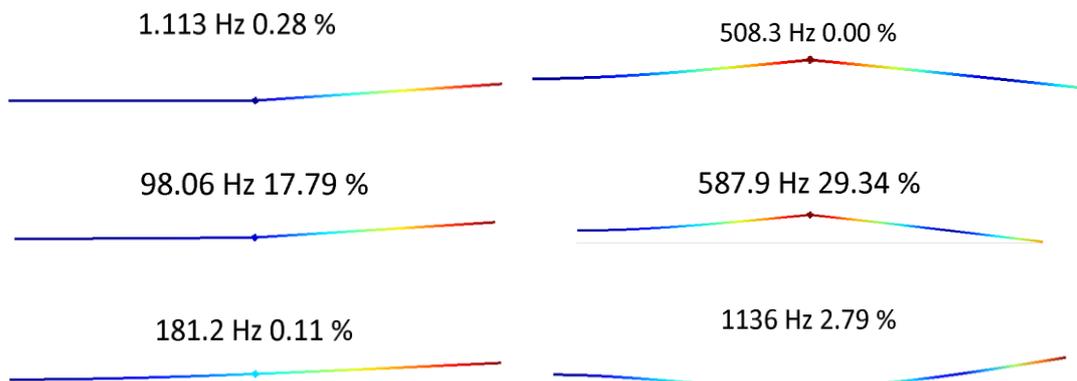


Figure 2.14: Déformées modales associées aux deux premiers modes propres, haut :  $k_v = 10^{-3}$ , centre:  $k_v = 10^2$ , bas :  $k_v = 10^5$

Un taux de perte de  $\eta = 1$  n'est obtenu que pour des matériaux très dissipatifs. Pour une liaison métallique un facteur de perte  $\eta = 10^{-3}$  serait plus réaliste. L'évolution des fréquences et amortissements montré en Figure 2.15 est notablement différent. On remarque que le taux d'amortissement ne dépasse pas les 3% pour les cinq premiers modes propres.

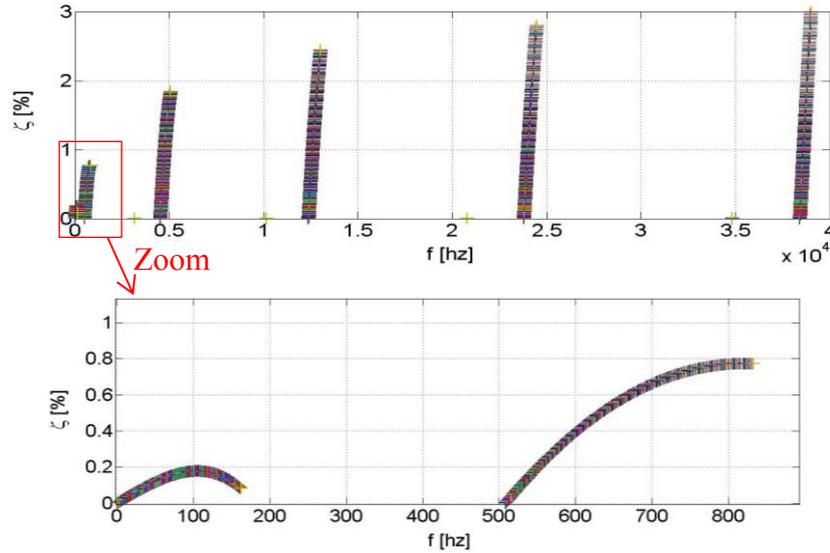


Figure 2.15: Évolution des fréquences et taux d'amortissement des deux premiers modes propres pour une raideur de liaison variable pour  $\eta = 10^{-3}$

Pour mieux illustrer l'influence du facteur de perte  $\eta$ , on affiche en Figure 2.16 l'évolution de l'amortissement du premier mode pour différentes valeurs de  $\eta$ . On remarque l'augmentation du taux d'amortissement maximal avec le taux de perte  $\eta$ .

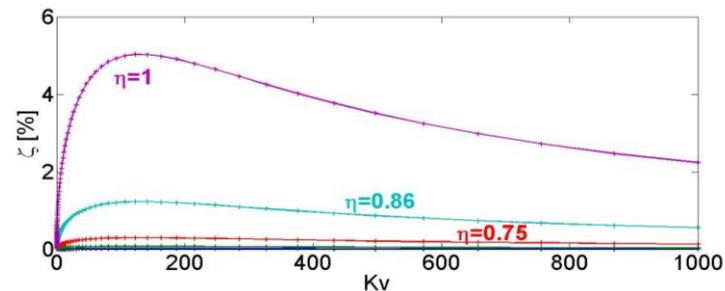


Figure 2.16: Évolution du taux d'amortissement du premier mode propre pour une raideur de liaison et un facteur de perte variable

Pour mieux analyser les évolutions du taux d'amortissement simultanément en fonction de  $k_v$  et de  $\eta$ , on peut tracer la carte des isovaleurs associées. Dans la Figure 2.17, on présente, par exemple, les isovaleurs d'amortissement pour le deuxième mode propre dans un espace raideur de liaison/facteur de perte.

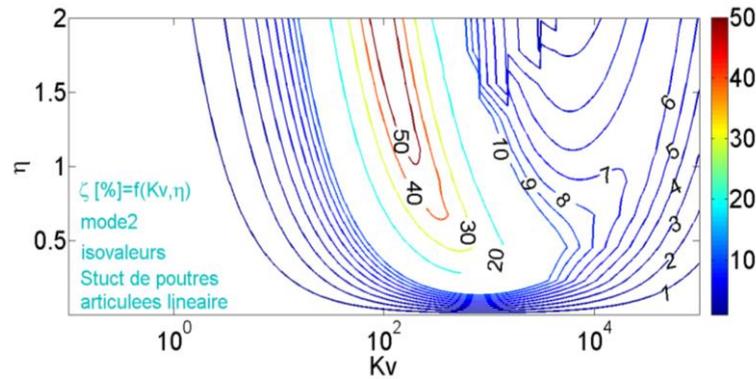


Figure 2.17 : Isovaleurs du taux d'amortissement du deuxième mode propre dans un espace de raideur de liaison/facteur de perte variables

Dans une conception classique où le taux de perte évolue avec la raideur, un taux de perte élevé est nécessaire pour obtenir des amortissements de plusieurs pourcents. Mais les polymères dissipatifs sont généralement peu raides. Les optimums sont donc généralement obtenus en combinant métaux et polymères dissipatifs dans des structures sandwichs ou des liaisons spécifiques.

### 2.3.3 Effets de non-linéarité

La section précédente ayant traité un cas linéaire, on illustre ici un effet de non-linéarité. On prend pour ceci une non-linéarité de frottement de type Coulomb régularisé (Figure 2.8a) c'est à dire un amortisseur visqueux qui sature au-delà d'une certaine vitesse. L'équation du mouvement de ce système est une équation différentielle du second ordre qui s'écrit

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) + F_{nl}(\dot{q}(t)) = 0 \quad (2.43)$$

L'intégration temporelle est réalisée avec un schéma de Newmark non linéaire. Le modèle est pris dans les conditions décrites dans la section précédente : raideur  $k_v = 100$ , facteur de perte  $\eta = 1/30$  à  $\omega = 200$  [Hz] correspondant à un amortissement plus faible et  $c_v$

obtenu par la relation (2.42). On étudie les vibrations libres à partir d'une vitesse initiale correspondant à la déformée du deuxième mode propre. Ceci correspond à un essai d'appropriation interrompue.

La Figure 2.18 montre le déplacement de l'extrémité de la seconde poutre dans les domaines temporel et fréquentiel. La non-linéarité se voit dans la réponse fréquentielle par des harmoniques (multiples entiers) de la deuxième fréquence propre.

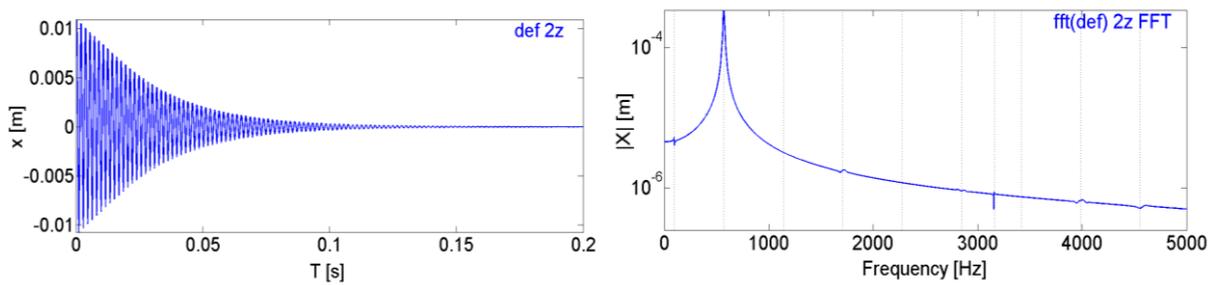


Figure 2.18: Réponses temporelle et fréquentielle du système de poutres articulées, à l'extrémité

Le tracé de l'évolution temporelle de la force non linéaire en Figure 2.19a, montre une saturation au début, puis une décroissance exponentielle. Ceci peut être expliqué par une vitesse initiale suffisante pour atteindre la zone de saturation. Pour une vitesse plus faible, la Figure 2.19b n'affiche plus que la zone de décroissance.

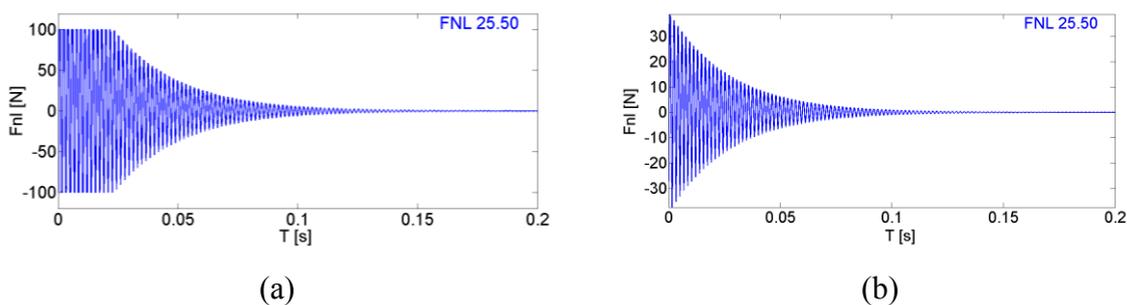


Figure 2.19: Évolution temporelle de la force non linéaire, a) vitesse importante, b) vitesse très faible

L'expression de l'énergie mécanique du système s'écrit sous la forme suivante :

$$E_m = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^t [M] \{\dot{q}\} + \frac{1}{2} \{q\}^t [K] \{q\} \quad (2.44)$$

Dans la base modale, on peut écrire :

$$[\phi]^t[M][\phi] = I \quad (2.45)$$

$$[\phi]^t[K][\phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \omega_j^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

$$\{q\} = [\phi]\{p\} \quad (2.47)$$

avec,  $[\phi]$  la matrice des vecteurs propres et  $\{p\}$  le vecteur des amplitudes modales.

Ainsi, l'énergie mécanique, associée au  $j$  ème mode, peut s'écrire dans la base modale sous la forme

$$E_{mj} = \frac{1}{2}\dot{p}_j^2 + \frac{1}{2}\omega_j^2 p_j^2 \quad (2.48)$$

où  $\{p_j\} = \{\phi_j\}^t [M]\{q\}$

Prenant le principe de la méthode MSE, introduite en section 2.2.5, l'amortissement modal peut être estimé comme ratio de l'énergie dissipée sur un cycle  $E_{dis,j}$  et de l'énergie potentielle de déformation maximale sur un cycle  $E_{def,j}$  par

$$\xi_j \approx \frac{1}{4\pi} \frac{E_{dis,j}}{E_{def,j}} \quad (2.49)$$

On présente dans la Figure 2.20, l'évolution de l'énergie mécanique des six premiers modes. On remarque que l'énergie mécanique du deuxième mode est très importante par rapport aux énergies des autres modes. Ceci correspond bien aux conditions initiales prises en considération.

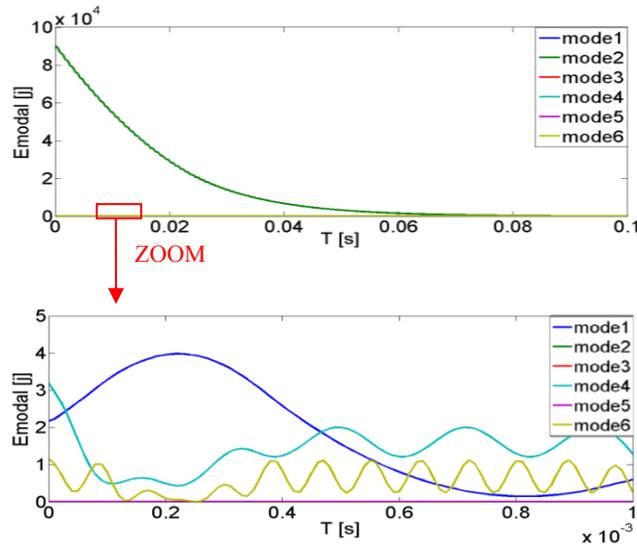
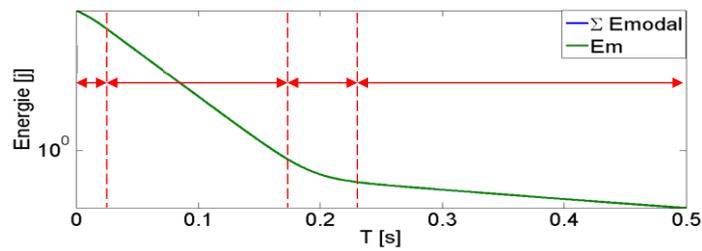
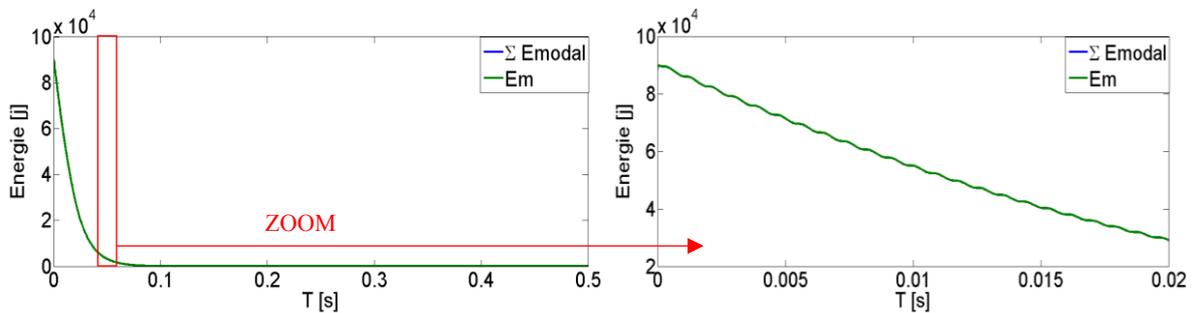


Figure 2.20: Évolution temporelle de l'énergie modale du système des six premiers modes



(a)



(b)

Figure 2.21: Évolution temporelle de l'énergie mécanique totale du système, a) en échelle logarithmique, b) en échelle linéaire

La Figure 2.21 montre l'évolution temporelle de l'énergie mécanique  $E_m$  (relation (2.44)) et de l'énergie mécanique donnée par la somme des énergies modales  $\sum E_{mj}$ . Les deux courbes sont presque confondues à chaque instant du temps. On remarque aussi, que la courbe

de l'énergie mécanique en échelle logarithmique (Figure 2.21a), peut se décomposer en quatre zones. La première zone décrit la non-linéarité de l'amortisseur où l'amortissement est plus faible. La deuxième zone est le comportement linéaire avec décroissance exponentielle. La troisième zone correspond à des niveaux équivalents des deux premiers modes propres. La quatrième zone décrit la réponse du système à la fréquence de son premier mode propre. Il existe une coexistence des deux premiers modes qui se manifeste en plus de la non-linéarité.

Afin de mettre en évidence le comportement non linéaire du système, on a varié la valeur de la vitesse initiale et calculé l'évolution temporelle de la somme des énergies modales  $\sum E_{mj}$ . On remarque en Figure 2.22 que plus la vitesse augmente, plus la zone de non-linéarité s'élargit avant d'atteindre le régime linéaire

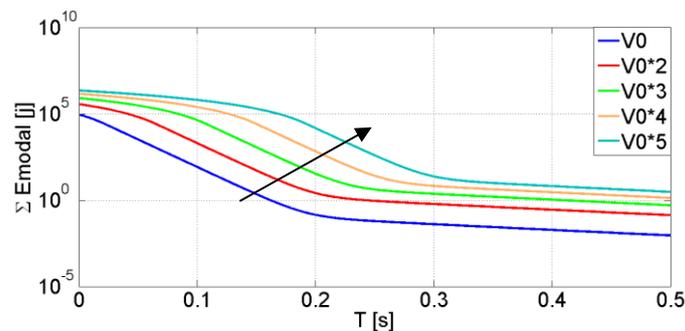


Figure 2.22: Évolution temporelle de l'énergie mécanique pour plusieurs valeurs de vitesse

Dans la Figure 2.23, on a évalué l'amortissement du deuxième mode par la technique du décrément logarithmique et présente l'évolution temporelle de l'amortissement pour différentes valeurs de vitesses initiales. On remarque que plus la vitesse augmente, plus la force se sature et plus le taux d'amortissement diminue.

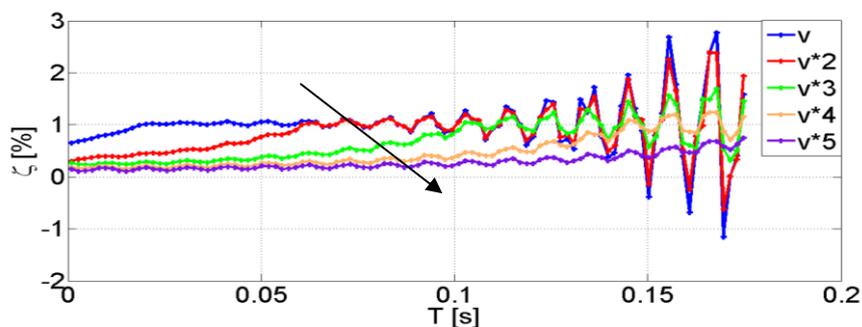


Figure 2.23: Évolution temporelle du taux d'amortissement pour différentes valeurs de vitesse

Cet exemple de non-linéarité illustre le fait que l'amplitude joue, pour les systèmes non-linéaires, un rôle similaire aux variations paramétriques de raideur pour les systèmes viscoélastiques.

## 2.4 Liaisons distribuées

Les mécanismes dissipatifs, viscoélasticité ou frottement, sont obtenus physiquement sur des surfaces ou des volumes. On aborde donc ici les difficultés liées à la prise en compte de liaison distribuées.

Dans la section 2.4.1, on présente la modélisation des surfaces de contact pour des études paramétriques en fonction des propriétés des interfaces. Une réduction de modèle permet de faciliter les calculs de modèles paramétriques associés. Une description des méthodes de réduction employées dans ce cadre, ainsi que des autres développées dans la littérature et couramment utilisés, est présentée dans la section 2.4.2. L'introduction d'un indicateur de capacité de ces liaisons à dissiper est enfin détaillée dans la section 2.4.3.

### 2.4.1 Modèles paramétriques d'interface

Comme montré en section 2.3, la conception de la dissipation implique l'utilisation de familles paramétriques de modèles. Pour le cas d'interfaces, on peut écrire la rigidité dynamique sous la forme :

$$[Z(p, s)] = [s^2M + K_e + K_c(p)] \quad (2.50)$$

avec,  $K_c$  la matrice de rigidité de surface. Cette raideur peut représenter la compression et le cisaillement d'un matériau viscoélastique ou la linéarisation d'efforts de contact et frottement en non linéaire. Cette raideur dépend de paramètres  $p$  qui représentent les évolutions possibles : zone de contact, choix de matériau et d'épaisseur, température, ...

En supposant l'existence d'une relation pression/gap, l'état tangent à chaque point de Gauss  $j$  est donné par la dérivation de la pression de contact

$$k_{cj}(q) = \frac{\partial f_N(q)}{\partial q} = w_j J(x_j) \frac{\partial p(q)}{\partial q} \quad (2.51)$$

En se basant donc sur les relations (2.30), (2.33) on peut écrire la matrice de raideur normale  $K_n$  comme suit [51] :

$$[K_n]_{N \times N} = [C_{NOR}]_{N \times N_c}^T [\ddots \quad k_{cj} \quad \ddots]_{N_c \times N_c} [C_{NOR}]_{N_c \times N} \quad (2.52)$$

Pour définir un état tangent de frottement, on doit considérer le régime de glissement. Pour un régime glissant, la loi de Coulomb  $f_t = \mu_t f_N$  induit un couplage entre déplacements normaux et efforts tangentiels associée à une matrice non-symétrique considérée par exemple dans les études de crissement [51].

Pour un régime adhérent, on peut définir une densité de raideur d'adhésion et définir une raideur tangentielle par

$$[K_t]_{N \times N} = [C_{TAN}]_{N \times 2N_c}^T [\ddots \quad k_{tj} \quad \ddots]_{2N_c \times 2N_c} [C_{TAN}]_{2N_c \times N} \quad (2.53)$$

avec,  $k_t$  la densité surfacique de raideur d'adhésion.

## 2.4.2 Méthodes de réduction pour les études de sensibilité

L'objectif de l'étude étant de considérer des structures complexes, on cherche à utiliser des modèles à grand nombre de DDL. Les études paramétriques indispensables à la conception sont donc coûteuses d'un point de vue informatique et une réduction de modèle est nécessaire afin de réduire les coûts de calcul tout en représentant le comportement global de la structure avec une précision satisfaisante.

Le principe très général des méthodes de Rayleigh-Ritz caractérise le système par ses mouvements principaux. En d'autres termes, il définit un sous espace de dimension restreinte  $T_R$  permettant de décrire  $N$  DDL  $\{q\}$  par une combinaison linéaire associée à  $n$  DDL généralisés  $\{q_R\}$

$$\{q\}_{N \times 1} = [T_R]_{N \times n} \{q_R\}_{n \times 1}, \quad n < N \quad (2.54)$$

Les DDL réduits ne représentent plus les DDL physiques associés à chaque nœud, mais l'amplitude d'une déformée principale sur la réponse du système. La réduction de modèle appliquée au modèle (2.50) s'écrit sous la forme

$$[Z_R(s, p)] = [s^2 T_R {}^t M T_R + T_R {}^t K_e T_R + T_R K_c(p) T_R] \quad (2.55)$$

La réduction la plus répandue considère une base  $T_R$  composée des déformées modales de la structure tronquées à un nombre restreint de modes. La difficulté rencontrée ici est liée au besoin de calcul de ces modes pour un ensemble de valeurs de  $p$ .

Dans la phase de conception, plusieurs études paramétriques de sensibilité sont effectuées. Un nombre non négligeable de calculs associés doit être considéré. Contrairement aux méthodes de réduction classiques basées sur le traitement d'un seul modèle nominal, sans tenir compte des paramètres de conception, la réduction pour une famille de modèles paramétriques est considérée ici. Dans le cas de notre étude, on utilise la méthode de réduction dite multi-modèle développé dans [59].

Le principe de l'approche multi-modèle est d'enrichir la base de réduction traditionnelle, construite par des vecteurs nécessaires pour une méthode de réduction classique précise, par la conservation des bases obtenues en plusieurs points de conception  $\alpha_i |_{i=1:m}$ . On cherche donc une base  $T_R$  du sous-espace engendrée par les bases de réduction de chaque point de conception

$$[T_R] = [T(\alpha_1) \quad \dots \quad T(\alpha_m)] \quad (2.56)$$

Les points de conceptions retenus dans cette base doivent être bien choisis afin de permettre la prédiction de réponse pour des paramètres de conception différents que ceux gardés comme référence. Pour un balayage de paramètre l'approche classique retenue est de conserver les extrémums d'un intervalle.

Une deuxième difficulté sera d'insérer des modèles détaillés dans une structure globale de grande taille. Ce besoin est abordé depuis les années 70 dans la littérature sur les méthodes de sous-structuration [60], [61], appelée aussi 'Synthèse des Modes de Composants' (Component Mode Synthesis, CMS, en anglais) ou méthode des superéléments.

Ces méthodes ont été développées afin de faciliter le traitement des structures complexes et contourner les limitations des solveurs numériques. Elles permettent de subdiviser la structure en plusieurs sous-structures réduites séparément avant d'être assemblés à nouveau, par des termes de couplage, pour la résolution de la structure globale.

Les méthodes de CMS peuvent se classifier en deux principales catégories : les méthodes à interfaces fixes et celles à interfaces libres. Plusieurs variantes ont ensuite été développées pour répondre à certains cas d'analyse dynamique tel que la méthode à interfaces mixtes [18-19] et celle à interfaces chargées [64]. Concernant les méthodes à interfaces fixes, la plus utilisée, particulièrement en industrie aéronautique, est la méthode de Craig Bampton [65]. Cette approche permet de décrire la dynamique de chaque sous-structure par les modes propres associés en combinant les DDL d'interfaces et les considérant fixes. La limitation de cette approche s'aperçoit très rapidement dans les structures mécaniques avec un nombre important de liaisons à considérer comme composants (section 5.3.1). Les méthodes à interfaces libres quant à elles, se différencient des méthodes susmentionnées par des modes normaux dont les DDL d'interfaces associés sont libres. Leurs développements ont été initiés par Mac Neal [63].

Dans le cadre de cette thèse, le calcul des modes d'ensemble n'est pas considéré comme problématique. On cherche cependant à analyser les contributions de composants. La méthode CMT (Component Mode Tuning), développée en [66], sera donc utilisée (Chapitre 5). Le principe de cette méthode est de sélectionner des composants dont les degrés de liberté sont disjoints et de construire une base par composant

$$\{q\}_{N \times 1} = [T_R]_{N \times n} \{q_R\}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} [T_{c1}] & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & [T_{cL}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_{c1}^R \\ \vdots \\ q_{cL}^R \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

en conservant pour chaque composant tous ses DDL ou la trace  $\Phi_{|ci}$  des modes du système global, calculés pour un état nominal, complétés des modes libres  $\phi_{libre}$  du dit composant

$$[T_{ci}] = [\Phi_{|ci} \phi_{libre}]_{1:Nci}, i = 1:L \quad (2.58)$$

Pour notre étude, on supposera que la trace des modes globaux n'est modifiée que dans les zones de liaison correspondant à une petite partie des composants. Il sera donc possible de réaliser des études rapides d'évolution des paramètres de liaison sans re-calcul complet. L'ajustement ("Tuning") porte ainsi sur les propriétés de liaison.

### 2.4.3 Couplage : une mesure de l'influence de la jonction

Indépendamment du mécanisme mis en jeu (frottement ou viscoélasticité), on a illustré en section 2.3 que l'amortissement ne peut exister que si la liaison travaille. Cette idée est clairement sous-tendue par l'approximation de l'amortissement par la méthode MSE (2.15) qui dit que le facteur de perte global  $\eta_s$  dans une structure peut être approché par la somme pondérée des énergies de déformation des différents composants [44] sous la forme

$$\eta_s = \frac{\sum \eta_c E_c}{\sum E_c} \quad (2.59)$$

avec,  $E_c$  l'énergie de déformation associée au composant  $c$  de la structure et  $\eta_c$  le facteur de perte associé à son matériau. La fraction d'énergie dans la jonction fournit donc une information sur la capacité de dissipation.

Dans une phase de conception de l'amortissement, la première étape est donc d'assurer qu'une quantité d'énergie suffisante est présente dans les liaisons. Cette idée est similaire à la notion de couplage dans le domaine électromécanique pour la conception des systèmes actifs. On introduit donc dans ce travail, la notion de couplage comme mesure de l'influence d'une liaison sur la dynamique d'ensemble.

Comme pour les systèmes actifs, on peut lier le niveau de couplage d'une interface de liaison à la sensibilité des fréquences propres à des variations de propriété d'interface. Une variation de fréquence indique un travail de la liaison, une fraction d'énergie suffisante et donc une possibilité d'amortissement.

Afin de mettre en évidence l'utilité de critère, on présente deux cas d'étude. Le premier cas est une structure de deux poutres assemblées par un boulon, appelé lap-joint, montré en Figure 2.24. Cette structure, ou des variantes, est la plus couramment utilisée dans la littérature pour l'étude de l'amortissement des assemblages mécaniques boulonnés. On considère pour ce modèle la variation des raideurs normales (2.52) et tangentielles (2.53).

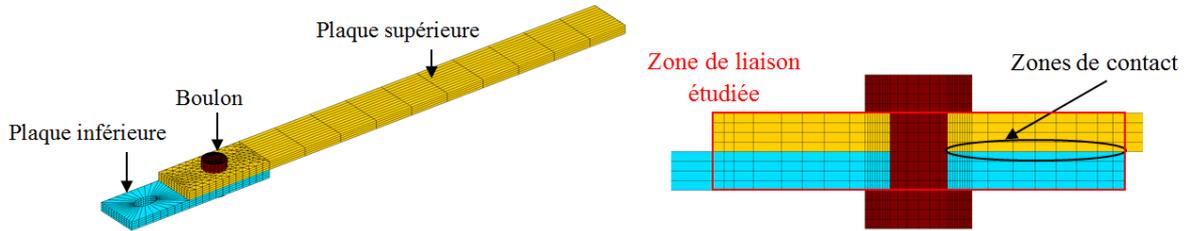
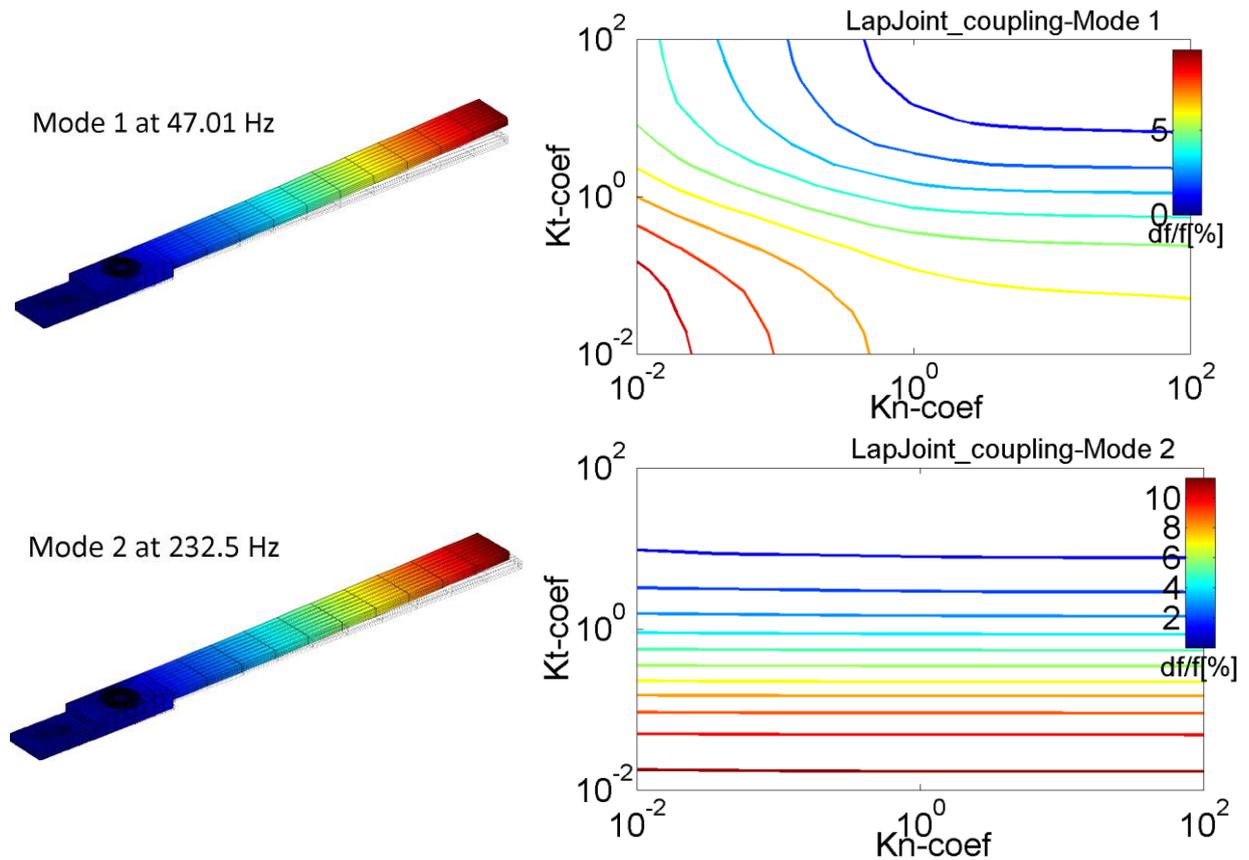


Figure 2.24 : Lap-joint

La Figure 2.25 illustre les évolutions de fréquence propre en fonction des raideurs normales et tangentés. Pour chaque mode propre, le mouvement principal de la liaison varie et la sensibilité de la fréquence est plus ou moins forte. Le niveau de couplage est donc associé à chaque mode et la liaison peut être dissipative pour certains modes et non dissipative pour d'autres. Dans le cas présent, les deux premiers modes sont sensibles alors que le troisième l'est beaucoup moins : niveau de couplage (variation de fréquence) inférieur à 1%. Les essais réalisés par SUPMECA [6] confirment clairement cet ordre des modes dans les niveaux d'amortissement atteints par frottement.



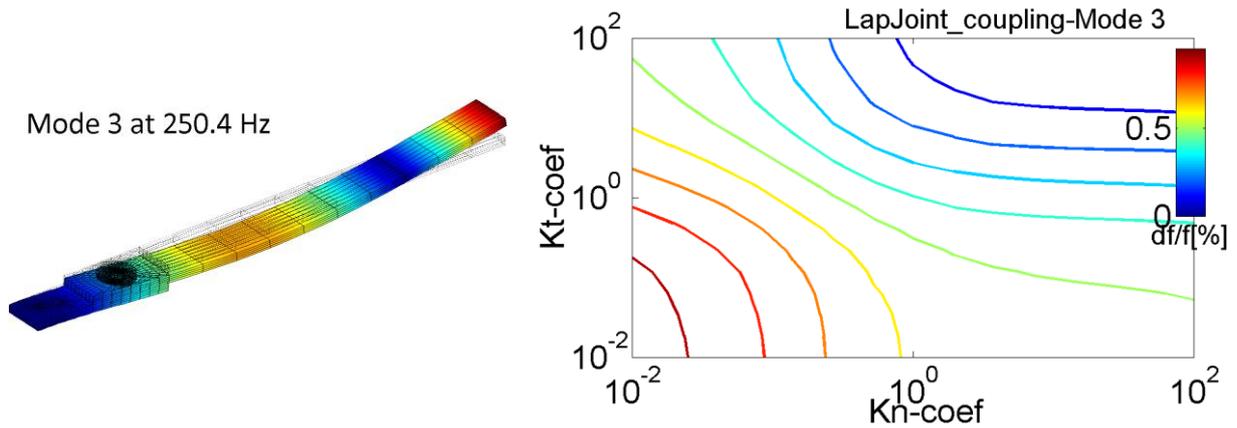


Figure 2.25 : Déformées modales et isovalues de la variation de la fréquence associée dans un plan raideur normale/raideur tangentiel

Le deuxième cas d'étude, appelé hublot et étudié dans la thèse [6], est une structure où les liaisons, distribuées dans le plan, sont réparties sur un contour cylindrique. Cette structure représente les jonctions dans les roulements [67]. L'étude du niveau de couplage a montré une variation de fréquence relative trop faible  $df/f=0.002\%$  pour le premier mode. Ce faible couplage montrant que la structure doit être faiblement dissipative a été vérifié par les essais. Dans ces derniers, on a trouvé dans le cadre du projet MAIAS, que le montage hublot est faiblement amorti (0.08%).

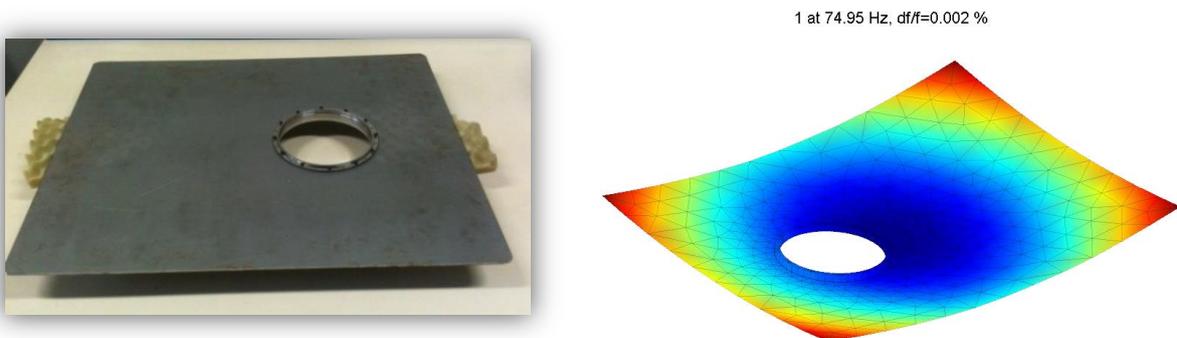


Figure 2.26 : Hublot

L'étude du couplage présente donc un outil simple et pertinent, établi par des calculs modaux linéaires élastiques, pour mesurer la capacité d'amortissement de structures assemblées. Par la suite, on reprendra la même idée en étudiant les fractions d'énergie dans différentes parties d'une liaison.





---

**Chapitre 3. Conception d'une liaison  
dissipative**

---

### **3.1 Introduction**

L'objectif général de la thèse est de proposer des méthodologies de conception de liaisons amortissantes quand celles-ci sont intégrées dans une structure complète. Dans le cadre du projet MAIAS, on a donc développé une maquette représentative de segments de fuselages pour permettre des analyses de liaisons intégrées dans une structure. La section 3.2 présente la description détaillée de cette maquette. La version considérée utilise des jonctions de type équerre boulonnée et ses propriétés modales sont détaillées. La capacité de dissipation dans les jonctions étant directement liée au niveau de couplage dans la liaison, la section met enfin en évidence que la maquette présente effectivement un niveau de couplage important.

On s'intéresse ensuite à l'introduction d'amortissement dans les jonctions à l'aide de matériaux viscoélastiques, mais cherche à préserver le comportement statique fonctionnel dans lequel le boulon sert à créer une zone cohésive. La section 3.3 aborde donc les modèles de liaisons boulonnées de la littérature et fait apparaître la notion de zone cohésive en étudiant les évolutions spatiales de pression de contact.

La section 3.4 présente enfin une structuration de la surface de contact pour permettre un compromis entre préservation du contact statique et amortissement. Une optimisation numérique des propriétés associées, allant jusqu'à la stratégie de choix du matériau viscoélastique est ensuite détaillée.

## **3.2 Conception d'une maquette pour l'étude de l'amortissement dans les liaisons**

### **3.2.1 Description du modèle**

On étudie dans ce chapitre la dissipation dans les jonctions boulonnées types de la construction des fuselages chez Eurocopter [24]. La maquette conçue pour cette étude permet ainsi de reproduire la philosophie de conception des structures aéronautiques.

La maquette étudiée est présentée dans la Figure 3.1. Elle est conçue à partir de plusieurs structures assemblées par divers types de liaisons : boulonnées, rivetées, soudées et collées. Les structures aéronautiques sont généralement composées de caissons reliés entre eux. Le principe est préservé dans la maquette composée d'un caisson long d'environ 1m, de

deux caissons courts et de deux liaisons dans lesquelles on cherche à optimiser l'amortissement.

Deux types de jonctions aéronautiques sont considérés dans le projet MAIAS : jonction à plat assez courante chez Airbus et jonction équerre dénommée Eurocopter ou EC pour le projet (Figure 1.5). Cependant, dans ce mémoire, seules les liaisons équerres seront considérées. Les jonctions EC sont boulonnées et comprennent deux équerres d'épaisseurs  $3mm$  enserrant un voile (structure de plaque mince) de  $2mm$  d'épaisseur. Les caissons sont, comme des segments de fuselage typique, composés d'un ensemble de cadres disposés en parallèle et assemblés à des longerons par soudage (Figure 3.2). Une peau de  $2mm$  d'épaisseur enveloppe l'ensemble et est soudée sur les longerons.

Pour cette maquette, l'objectif de la soudure est de limiter au maximum la dissipation dans les caissons pour que la caractérisation de l'amortissement représente bien l'effet de la liaison. Toujours dans le cadre de minimisation de la dissipation hors de la jonction, les peaux sont liées aux jonctions par rivetage et collage. La colle utilisée est proche de la REDUX 322. Cette colle présente des taux d'amortissement très bas ( $10^{-3}\%$  sur les premiers modes d'une poutre).

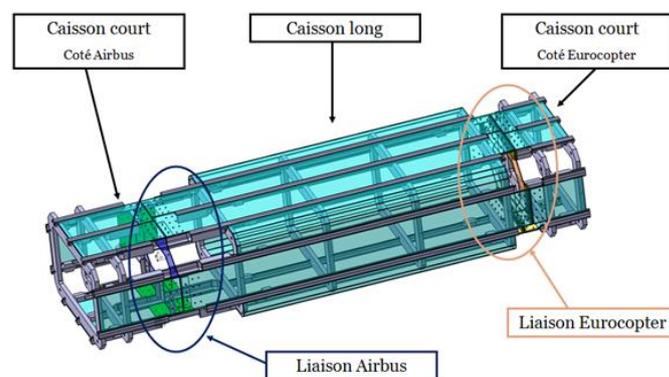


Figure 3.1 : Modèle de maquette complet (conception Catia)

Toutes les pièces du modèle sont en aluminium, nuance 5086 de module d'Young  $71\text{ GPa}$ . Ce matériau n'est pas le même matériau utilisé en aéronautique car il se corrode sous contrainte. Dix boulons en acier sont utilisés pour l'assemblage. Le système vis/écrou est composé d'une vis de diamètre  $6mm$  avec un écrou auto-freinant à embase lisse.

Une rondelle est insérée côté tête de vis. Les rivets sont en aluminium à emboutir à tête ronde.

Cette maquette a été fabriquée et l'étude expérimentale sera présentée dans le chapitre suivant. La réalisation d'une maquette cylindrique de petite taille aurait demandé un usinage dans la masse complète et rendu difficile l'assemblage des peaux. Une géométrie prismatique a été donc préférée. En plus, le désir d'étudier plusieurs types jonctions avec un minimum de coût a donné l'idée d'utiliser le même caisson long pour les différentes jonctions (Airbus et Eurocopter). On a donc, pour la configuration étudiée, une structure ouverte sans présence de la liaison Airbus et du caisson court associé.

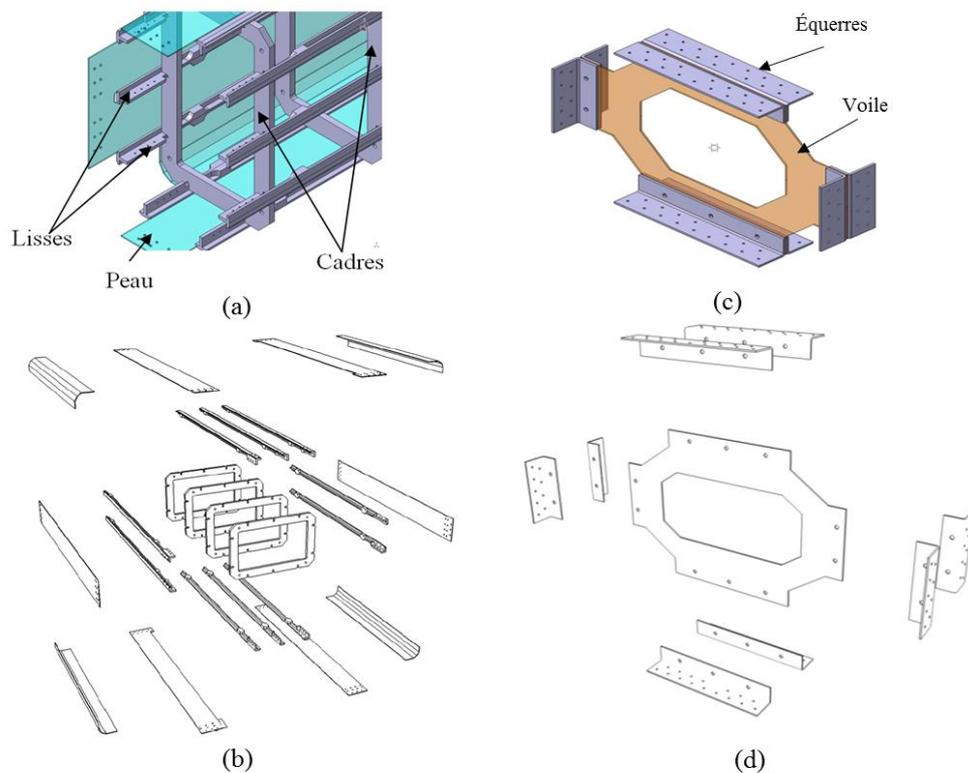


Figure 3.2 : a) Composants des caissons, b) vue éclatée du caisson long, c) jonction EC, d) vue éclatée de la jonction EC

Pour permettre la conception numérique des sections suivantes, un modèle élément fini de cette maquette a ensuite été réalisé en utilisant la toolbox SDT dans l'environnement MATLAB [24]. Dans ce modèle, montré en Figure 3.3, les lisses et les cadres sont modélisés par des éléments volumiques. Tandis que les peaux et les équerres sont modélisées par des éléments de plaques de Kirchhoff. Les coques et les volumes sont liés par des liens rigides

définis entre chaque ensemble de deux nœuds en vis-à-vis permettant de tenir compte de la position réelle des fibres neutres. Les boulons sont modélisés par le modèle RBE3 décrit en détail dans la section 3.3.3. Le modèle est symétrique par rapport aux axes des abscisses X (petit côté) et des ordonnées Y (grand côté).

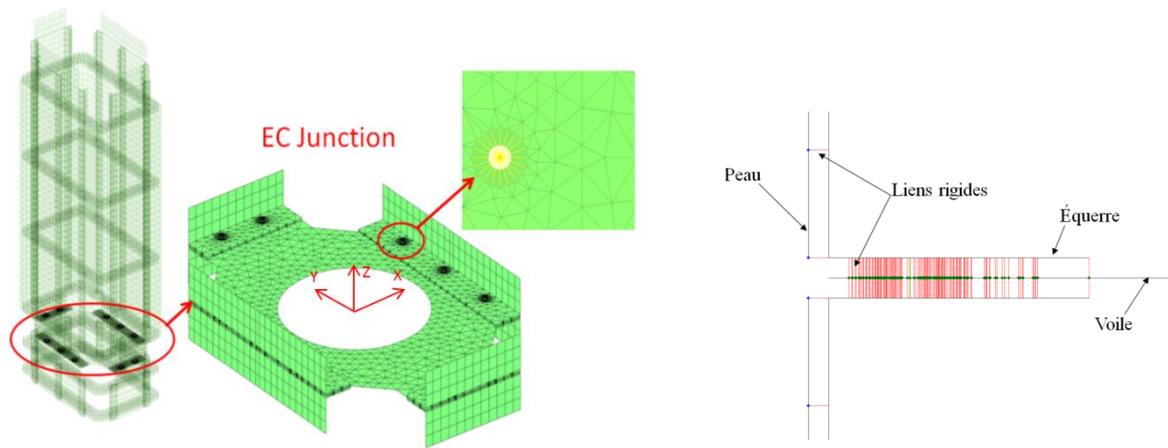


Figure 3.3 : Modèle en éléments finis de la maquette

### 3.2.2 Propriétés des modes

Après modélisation de la maquette, une analyse modale s'avère nécessaire pour déterminer le comportement dynamique du modèle et détecter les modes susceptibles de faire travailler la jonction. Dans cette section, on décrit les propriétés des modes du modèle en question.

La conception initiale de la maquette cherchait à obtenir un nombre suffisant de modes globaux avant que des modes locaux ne se produisent. Le caisson court est conçu pour solliciter fortement la jonction en configuration encastree-libre (encastree de côté du caisson court). Quant au caisson long, ses dimensions devaient permettre d'avoir des fréquences définies dans une largeur de bande de 1KHz. La peau présente plusieurs modes locaux en absence de longerons dans la bande de fréquence définie. Le placement des longerons avec un minimum d'espacement est alors effectué pour minimiser les modes locaux de flexion de peau entre les longerons et optimiser leurs positions fréquentielles. La section de ces derniers est prise relativement faible afin d'abaisser en fréquences les modes globaux commandés par la raideur combinée de la peau et des longerons. La masse et la géométrie des cadres contribuent aussi à contrôler les fréquences des modes globaux particulièrement pour le mode de torsion

et de flexion. Pour cela, une optimisation a été menée pour ajuster leurs dimensions ainsi que leurs emplacements [24].

Comme conditions aux limites, le modèle est encastré à la base du caisson court en favorisant l'appui sur les petits cotés (points affichés en rouge en Figure 3.4, encastrés dans le modèle). La conception initiale supposait un contact sur l'ensemble des extrémités de lisses, mais un tel appui n'était pas réalisé expérimentalement. Le modèle possédant deux dimensions inégales, une étude a montré une évolution notable de comportement dynamique en changeant de direction d'appui et la configuration de la Figure 3.4 a été choisie pour séparer les modes. Cette configuration est considérée pour la réalisation expérimentale dans une étape suivante décrite dans le chapitre suivant

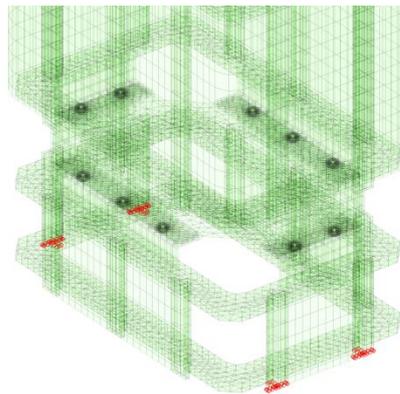


Figure 3.4 : Les quatre appuis dans la maquette

Le modèle présente des modes globaux de flexion suivant les deux directions  $X$  et  $Y$  et de torsion. Les modes de flexion sont caractérisés par l'ouverture et la fermeture des équerres qui seront décrits plus en détail dans la section suivante. Des modes locaux au niveau des panneaux supérieurs sont présents à l'extrémité libre du caisson long et au niveau du voile.

Mode 1 at 52.08 Hz   Mode 2 at 133.2 Hz   Mode 3 at 256.6 Hz   Mode 10 at 396.3 Hz   Mode 11 at 406.5 Hz

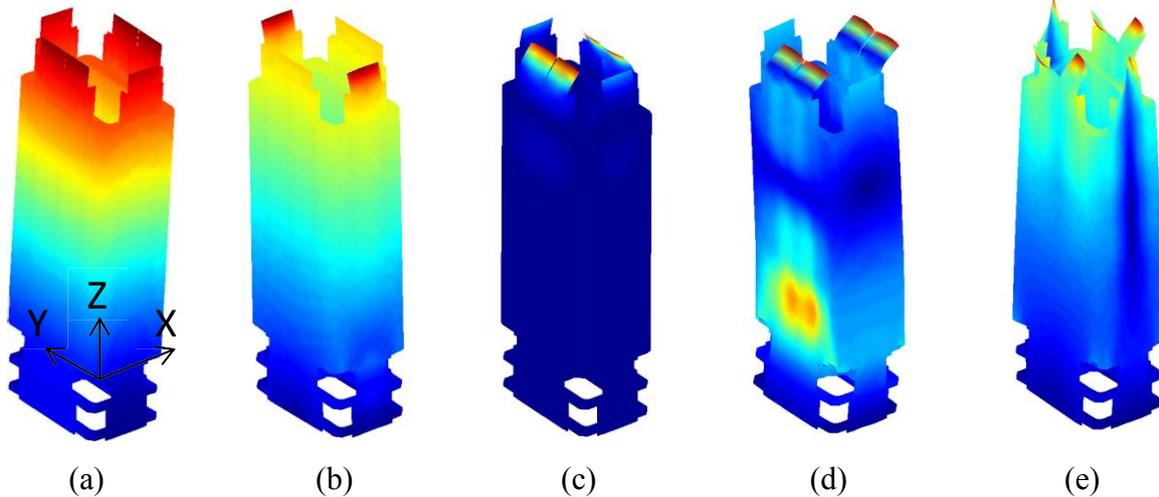


Figure 3.5 : Modes globaux et locaux du modèle, a) Flexion X, b) Flexion Y, c) Mode de panneaux supérieurs, d) Deuxième flexion X, e) Torsion

La présence des modes locaux des panneaux supérieurs, à basses fréquences entre les modes globaux, n'était pas considérée dans la conception initiale optimisée car ces panneaux n'étaient pas définis. La fabrication d'une maquette combinée pour les deux liaisons d'Airbus et Eurocopter (Figure 1.5) a commandé la présence de ces panneaux libres.

### 3.2.3 Couplage dans la jonction et capacité de dissipation

On présente à travers cette section la conception de la dissipation par ajout du matériau viscoélastique dans la liaison composée d'équerres boulonnée présentée en section 3.2.1. Une des rares études similaires est l'incorporation du matériau viscoélastique dans les structures spatiales types satellites qui a fait l'objet du travail [18]. Comme motivé au Chapitre 2, on commence ici par détailler une étude du niveau de couplage.

Pour la conception initiale d'une jonction, on n'a pas besoin de modèles amortis pour les calculs, car il est suffisant de calculer les fractions d'énergie avec des modes élastiques (Chapitre 2). Pour cela, on effectue une étude paramétrique du comportement dynamique de la maquette en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique ajouté. On ajoute donc des couches de matériau viscoélastique de  $1\text{mm}$  d'épaisseur dans les interfaces entre les équerres et le voile. On fait varier son module d'Young dans l'intervalle  $[10^{-1} \ 10^5] \text{MPa}$  et on calcule la fraction d'énergie des couches du matériau viscoélastique, des dix boulons et du

reste de la structure. La rigidité dynamique faisant apparaître ces contributions de raideur s'écrit

$$[Z(\alpha_i, s)] = [s^2 M + K_e^{Rest} + K_e^{Boulon} + \alpha_i K_v(E_0)] \quad (3.1)$$

où  $K_e^{Boulon}$  et  $K_e^{Rest}$  représentent les matrices de rigidité élastique associées aux dix boulons et au reste de la structure (la structure sans les boulons et le matériau viscoélastique) respectivement.  $K_v$  est la matrice de rigidité du matériau viscoélastique.  $\alpha_i = \frac{E(s)}{E_0}$  est le paramètre de l'étude dépendant du module d'Young du matériau viscoélastique, avec  $E_0 = 72 \text{ GPa}$ .

On résout le problème aux valeurs propres  $[Z(\alpha_i, \omega_j)] \{\phi_j\} = \{0\}$ , puis on calcule l'énergie de déformation associée à chaque valeur du module d'Young.

Comme il s'agit d'une étude paramétrique, une réduction multi-modèle [59] est employée pour réduire la taille du problème. Une base orthogonalisée est générée par

$$[T_R] = [\Phi_{1:N}(\alpha_1) \quad \Phi_{1:N}(\alpha_2) \quad \Phi_{1:N}(\alpha_3)]_{\perp} \quad (3.2)$$

où  $\Phi$  le sous espace vectoriel composé ici de  $N = 20$  déformées modales du modèle (3.1). Le paramètre  $\alpha_{i(i=1:3)} = \{2, 10^{-2}, 10^{-4}\}$  représente l'ensemble de coefficients définissant les modèles de référence  $i$ . La rigidité dynamique du modèle réduit s'écrit alors

$$[Z(\alpha_i, s)] = [s^2 T_R^t M T_R + T_R^t K_e T_R + \alpha_i T_R^t K_v(E_0) T_R] \quad (3.3)$$

La Figure 3.6 présente l'évolution de la fraction d'énergie de déformation  $Ek$  dans les différents composants en fonction du module d'Young  $E\nu$  du matériau viscoélastique.

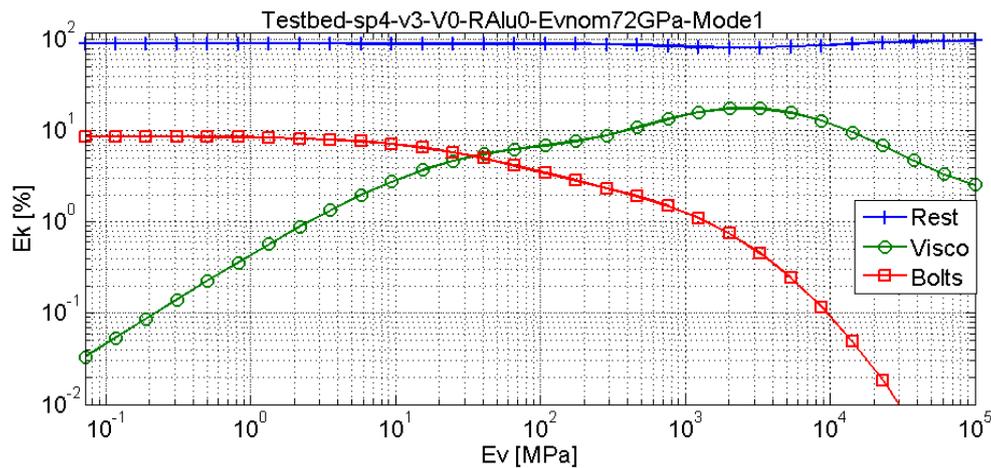


Figure 3.6 : Énergie de déformation dans la maquette en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique

La configuration la plus courante dans des assemblages mécaniques est celle du contact métallique ( $Ev > 10^4 \text{ MPa}$ ). Pour ces valeurs du module d'Young du matériau viscoélastique, la fraction de l'énergie de déformation dans les boulons est très faible ( $Ek < 0.1\%$ ). Les boulons ne sont pas sollicités et la déformation est significative dans les couches de matériau viscoélastique.

Pour une valeur du module d'Young entre  $40 \text{ MPa}$  et  $10^4 \text{ MPa}$ , il existe une valeur optimale du module ( $Ev = 3.10^3 \text{ MPa}$ ) pour laquelle la fraction de l'énergie du matériau viscoélastique est d'environ 20%. Pour des valeurs de  $Ev < 30 \text{ MPa}$ , l'énergie n'est plus dans les couches viscoélastiques ( $Ek(visco) < 4\%$ ), mais elle est plus importante dans les boulons. Les boulons sont dans la structure pour assurer une parfaite liaison entre les différentes pièces le long d'une zone de contact. Pour un matériau mou, ils travaillent notablement. Pour un matériau raide, ils se déforment très peu, on est dans le fonctionnement désiré de la liaison parfaite.

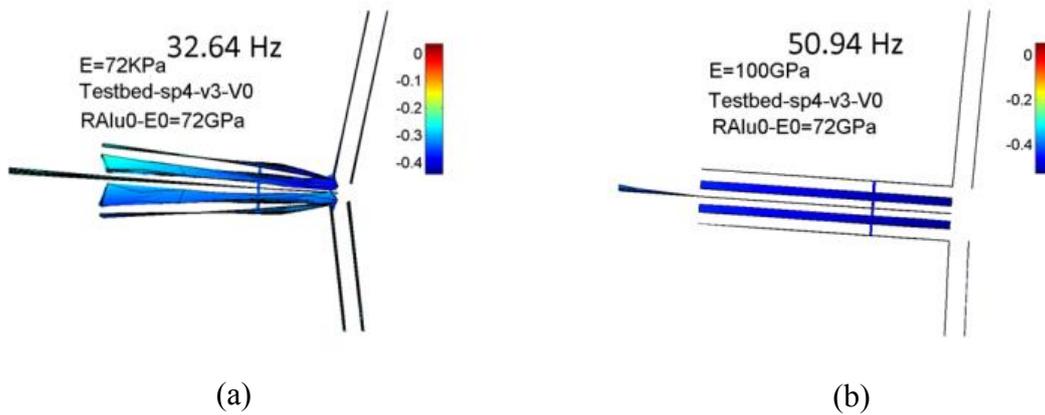


Figure 3.7: Déformées modales associées au premier mode propre pour différentes valeurs de module d'Young du matériau viscoélastique. a)  $E\nu = 72 \text{ KPa}$ , b)  $E\nu = 100 \text{ GPa}$

La Figure 3.7 présente les déformées des équerrés pour le premier mode de flexion pour deux valeurs du module viscoélastique  $E\nu$ . Les valeurs considérées sont définies au niveau de chaque extrémité de la gamme de valeur étudié ci-dessus :  $E\nu = 72 \text{ KPa}$  et  $E\nu = 100 \text{ GPa}$ . On remarque que le matériau viscoélastique est écrasé (Figure 3.7a) pour  $E\nu = 72 \text{ KPa}$ . L'interface correspondante fonctionne en flexion, d'où l'énergie de déformation non négligeable dans les boulons. Pour un contact métallique (Figure 3.7b), le couplage est moins rigide.

### 3.3 Statique des liaisons boulonnées et surfaces de contact

#### 3.3.1 Introduction

Les liaisons boulonnées se trouvent dans la plupart des assemblages mécaniques des industries aéronautique, spatiale, automobile... La liaison boulonnée est composée de l'ensemble boulon-écrou et de différentes structures empilées entre la tête et l'écrou du boulon (Figure 3.8). Des interfaces de contact prennent place entre les différentes pièces. Dans le cas de notre étude, on s'intéresse au contact entre les structures (composants 1 et 2 dans la Figure 3.8). On présente dans la section 3.3.2, les principales caractéristiques fonctionnelles d'une liaison boulonnée : la précharge et la zone de contact. Une revue de modèles éléments finis de boulon couramment utilisés est ensuite présentée dans la section 3.3.3. Enfin, dans la section 3.3.4, un cas d'étude est traité afin d'analyser la zone de contact.

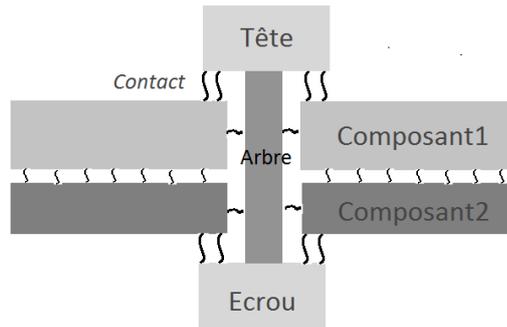


Figure 3.8 : Modèle de liaison boulonnée

### 3.3.2 Précharge et zone de contact

Dans une liaison boulonnée, une zone des pièces assemblées est toujours en compression sous la tête/écrou du boulon pour maintenir la connexion entre les pièces. Ceci permet d'assembler les différents composants et les faire fonctionner en tant qu'unité cohésive après serrage. Cette zone, présentée dans la Figure 3.9, représente une zone où il n'y a pas de glissement. Ailleurs, le glissement peut se produire.

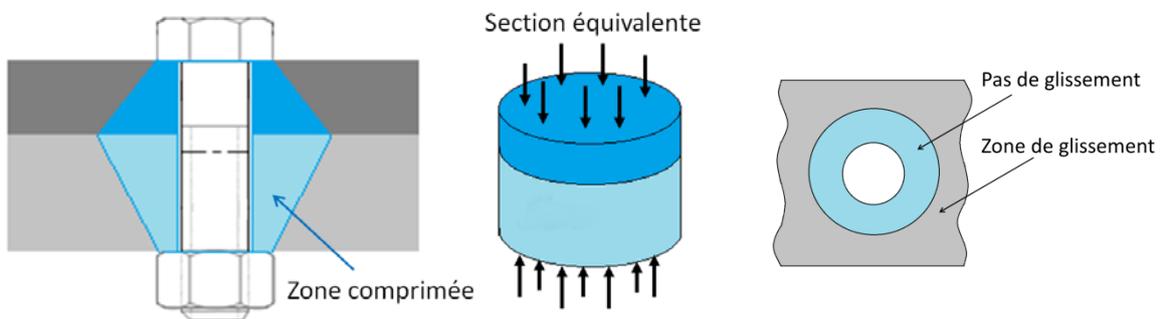


Figure 3.9 : Zone comprimée des pièces assemblées et section équivalente

Le boulon ne doit travailler qu'en traction/compression dans la liaison, car sa résistance en cisaillement est inférieure (d'environ 70% [68]) à celle en traction. La zone comprimée sous la tête/écrou du boulon permet d'éviter le travail en flexion et/ou en cisaillement du boulon. Plusieurs travaux ont été menés autour de cette zone sous compression [69]–[71]. Plusieurs études expérimentales et théoriques ont été réalisées afin de décoder le problème de distribution des contraintes dans cette zone. Basé sur la théorie des cônes de déformations proposée par Rotscher [72], plusieurs auteurs [73] ont essayé de développer cette idée pour une théorie plus réaliste. Rotscher [72] a proposé d'assimiler la

zone comprimée, dans chaque structure, à un cône d'angle  $45^\circ$  dans chaque section duquel la contrainte est uniforme. Dans d'autres travaux [74], [75], l'angle est défini à  $30^\circ$  sous prétexte d'avoir des valeurs plus prudentes. Mais ensuite, et vu les limites d'une méthode fixant l'angle, d'autres travaux [76]–[78] ont permis de développer des formules qui dépendent des caractéristiques géométriques de la jonction et permettent d'assimiler la zone de contact conique à un cylindre de section équivalente (Figure 3.9) afin de calculer sa raideur [79].

Une liaison boulonnée n'est fonctionnelle qu'après application d'un couple de serrage au boulon. Le fait de serrer le boulon donne naissance à la précharge, appelée aussi précontrainte. L'intensité de cette grandeur influence les dimensions de la zone de contact ainsi que la distribution des contraintes à l'interface. Pour cela, il est utile de modéliser cette caractéristique. La précharge se traduit par un effort de tension compressive et un couple de torsion, appelé couple parasite, dans l'arbre du boulon. La précharge permet d'augmenter la résistance à la fatigue suite à la réduction de la variation des contraintes dans le boulon.

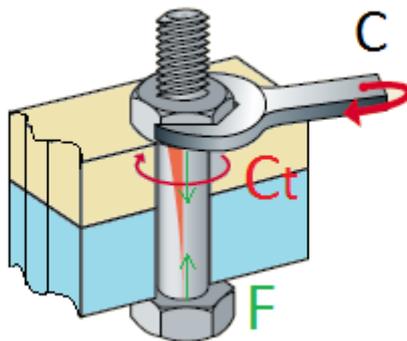


Figure 3.10: Couple de serrage et précharge.

Le couple de serrage appliqué se décompose en trois composants [68], selon la fonction à établir chacun, en

$$C = C_u + C_{ff} + C_{ft} \quad (3.4)$$

où  $C_u$ ,  $C_{ff}$  et  $C_{ft}$  représentent respectivement le couple utile, le couple de frottement sur les filets et le couple de frottement sous tête/écrou. Le couple utile  $C_u$  (10 à 20% de  $C$ ) assure la mise sous tension  $F$  de l'arbre du boulon et donc le serrage des pièces assemblées. Ceci est traduit par l'allongement élastique de l'arbre du boulon. Le couple  $C_{ff}$  (30 à 40% de  $C$ ) sert à vaincre le frottement des filets de l'écrou sur l'arbre du boulon. Ce qui mène à une torsion

caractérisée par une contrainte de torsion. Le couple  $C_{ft}$  (40 à 60% de  $C$ ) sert à vaincre le frottement entre la surface d'appui de la pièce sous la tête du boulon et ce dernier tournant. Ainsi, lors du serrage du boulon, l'arbre du boulon est soumis à un effort de tension et aussi à un moment de torsion qui présente environ 40% du couple de serrage permettant de mettre en évidence sa torsion. Ce couple de torsion est estimé par

$$C_t = F\left(\frac{p}{2\pi} + 0.583d\mu_f\right) \quad (3.5)$$

La plupart des chercheurs et des industriels négligent le couple de torsion et le considèrent comme parasite, d'où son appellation. Afin de confirmer cette hypothèse, une étude mettant en évidence l'importance de considérer ou non ce couple, a été menée dans le cadre du travail de thèse et est présentée en section 3.3.4.

Concernant l'effort de tension, bien que sa valeur exacte soit difficile à établir du fait de l'influence du frottement, plusieurs formulations ont été développées dans la littérature pour l'estimer. Une formule couramment utilisée est celle de Kellermann et Klein [80] donnée par

$$F = C / \left( \frac{p}{2\pi} + 0.583d\mu_f + \frac{D}{2}\mu_t \right) \quad (3.6)$$

avec,  $F$  l'effort de tension dans la vis et  $C$  le couple de serrage appliqué ;  $p$  le pas du filetage ;  $d$  le diamètre à flanc de filetage ;  $\mu_f$  le coefficient de frottement dans le filetage ;  $D$  le diamètre moyen sous tête ;  $\mu_t$  le coefficient de frottement sous tête.

La précharge peut être appliquée soit sous forme d'effort  $F$  appliqué dans l'arbre du boulon (Figure 3.10), soit en utilisant une méthode de modélisation. On présente dans la suite trois méthodes de modélisation de la précharge utilisées couramment dans la littérature, on peut citer les travaux [81], [82].

La méthode de déformation thermique attribue des valeurs de températures virtuelles au boulon et aux structures assemblées par le boulon induisant ainsi une précontrainte. Stallings [82] a proposé en 1991 de relier la différence de température à appliquer à la précharge  $P_0$  par la relation

$$\Delta T = \frac{P_0}{\alpha L} \left( \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_b} \right) \quad (3.7)$$

où  $k_c$  et  $k_b$  sont les raideurs axiales des structures assemblées et du boulon respectivement,  $\alpha$  le coefficient de dilatation thermique et  $L$  la longueur de l'ensemble boulon-structures assemblées. En 2007, KIM [81] a proposé une relation plus simple en prenant  $\alpha$  égal à l'unité et en négligeant la raideur  $k_c$  tel que

$$\Delta T = \frac{4P_0}{\pi d^2 E} \quad (3.8)$$

où  $E$  le module élastique du boulon et  $d$  le diamètre moyen du boulon.

La méthode d'équation de contrainte représente une forme de couplage. En effet, une équation de contrainte permet d'associer des déplacements initiaux aux nœuds du boulon. La précharge est dépendante des déformations qui se produisent dans le boulon.

La méthode de déformation initiale qui représente la méthode la plus directe par rapport aux deux autres. Cette méthode consiste à appliquer une déformation initiale  $\varepsilon_0$  au boulon calculé par la relation

$$\varepsilon_0 = \frac{4P_0}{\pi d^2 E} \quad (3.9)$$

### 3.3.3 Modèles éléments finis de liaisons boulonnées

L'approche la plus générique pour étudier le comportement d'une liaison boulonnée est la représentation volumique complète de l'ensemble des composants de la liaison. Ce modèle, appelé **modèle Solide** (Figure 3.11d), est le plus complet et donc fidèle en termes de représentation du comportement. Le contact entre le boulon et les structures à assembler est un contact de type surface-surface. Les questions assez largement ouvertes dans ce modèle sont liées au contact et au frottement dans les interfaces ([11], [83], [84]), qui ne sont pas forcément parfaitement planes, et au niveau des filets de vis.

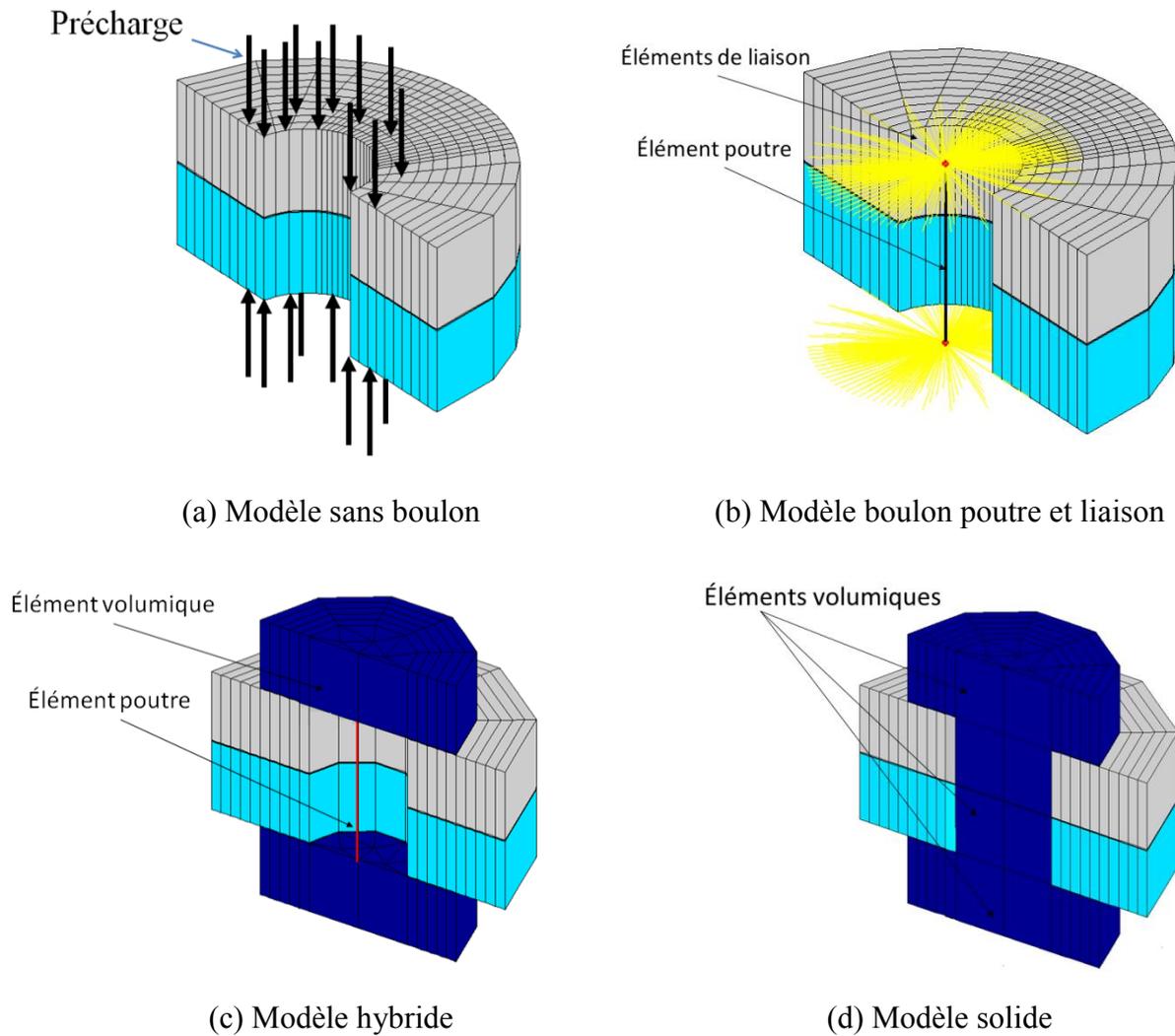


Figure 3.11 : Modèles éléments finis de boulon

L'avantage de ce modèle consiste dans le transfert des efforts de traction et flexion dans la structure et dans la possibilité de calculer la distribution des contraintes dans toutes les parties du boulon. En plus une modélisation du contact dans toutes les interfaces de la liaison est possible. Des études assez complètes [85] peuvent traiter les problèmes de déformations élasto-plastiques dans les différents composants de la liaison boulonnée, la pression au voisinage du boulon et le contact/frottement entre le boulon et les composants à assembler.

Pour les structures complexes de grande taille en termes de degrés de liberté, avec plusieurs boulons de liaisons, un modèle complet devient très rapidement compliqué à traiter [12]. Divers niveaux de simplification ont donc été proposés, [81], [86] par exemple, tout en gardant les paramètres indispensables au cas d'étude.

Le modèle le plus simple à manipuler est le **modèle sans-boulon** (Figure 3.11a) dans lequel aucun élément n'est introduit pour modéliser le boulon. On applique seulement une pression, au niveau de la surface de contact entre la tête/écrou du boulon et la structure, correspondante au couple de serrage constant appliqué sur le boulon. Un tel modèle minimise le temps de calcul. Cependant, on néglige les variations d'effort dans le boulon et l'influence de sa rigidité sur la simulation, visible en particulier dans la variation de pression sous la tête. L'utilisation de ce modèle se fait pour des applications très spécifiques, où ces effets ne sont pas importants.

Le **modèle couplé** (Figure 3.11b) du boulon utilise l'élément poutre, placé au niveau de l'axe du boulon, à rigidité équivalente pour modéliser l'arbre du boulon. La tête du boulon et l'écrou sont modélisés par des nœuds couplés. C'est-à-dire que les degrés de liberté de l'écrou/tête sont couplés avec ceux de la structure en contact. Pour relier ces nœuds, on peut utiliser une couronne de liens rigides RBE2. Les nœuds de la poutre imposent alors un mouvement rigide à la surface connectée de la structure. Ce modèle a donc tendance à trop rigidifier la structure. Une alternative classique est le RBE3, où le déplacement du nœud de poutre est une fonction linéaire des déplacements de surface. Dans l'implémentation RBE3, une pondération automatique est obtenue sans considération physique. Un modèle araignée affectant des sections de poutre fictives à chaque lien est une alternative classique. L'effet de précharge peut être pris en compte en appliquant une contrainte initiale ou une déformation thermique sur la poutre.

Enfin, le **modèle hybride** (Figure 3.11c) est le modèle le plus réaliste après le modèle Solide. L'écrou/tête du boulon est modélisé par des éléments volumiques permettant ainsi de tenir compte des contacts réels. L'arbre du boulon est modélisé par un élément poutre permettant le transfert des efforts de traction. Cet élément est lié aux éléments solides par des nœuds couplés dans sa direction axiale (comme dans le modèle de boulon couplé). Dans ce modèle, tous les efforts sont transmis et la distribution de contrainte dans la tête/écrou peut être calculée facilement. Seule la distribution dans l'arbre du boulon est simplifiée.

### 3.3.4 Application à un cas d'étude

En mettant en œuvre les modèles en éléments finis décrits dans la section précédente, on cherche dans cette section, à étudier en statique la distribution des contraintes à l'interface

de contact. À travers cette étude, on cherche aussi à vérifier la pertinence du modèle de boulon RBE3 utilisé dans le modèle de la maquette en prenant comme référence le modèle Solide de boulon. L'hypothèse de cône de déformations est ensuite vérifiée en observant de près la distribution de contrainte dans l'épaisseur des pièces assemblées. L'étude est réalisée sur la structure du lap-joint (Figure 2.24).

Une comparaison entre les modèles de boulon RBE3 et Solide est effectuée afin de mettre en évidence l'influence du modèle choisi sur la tenue statique de la liaison boulonnée. Pour cela, une application d'un effort de tension  $F = 3990 \text{ N}$  dans l'arbre du boulon comme précharge est effectuée. Cet effort correspond à un couple de serrage  $C = 10 \text{ N.m}$ , un couple parasite  $C_t = 2.5 \text{ N.m}$  est alors déduit.

Pour pouvoir contrôler la précharge, on choisit d'utiliser des efforts de compression dans l'arbre du boulon. Contrairement à la déformation thermique par exemple qui nous donne un effort induit qu'on ne maîtrise pas en plus de la contre action de la zone chauffée/refroidie. L'application des efforts de la précharge dans les modèles de boulon décrits précédemment diffère d'un modèle utilisant les éléments volumiques à celui avec les éléments poutres. Dans le premier cas, une couche d'éléments finis, au niveau de l'arbre du boulon, doit être supprimée (Figure 3.12a). Ensuite, deux couronnes de liens rigides sont à créer sur les surfaces devenues libres. L'effort de précharge est ensuite appliqué sur les nœuds centraux maîtres, en vis-à-vis, en sens opposé. Concernant le deuxième cas, il existe deux méthodes pour appliquer l'effort de tension dans l'arbre du boulon. La première méthode (config.1 dans la Figure 3.12b), se base sur le même principe décrit pour le premier cas, sauf qu'on n'a pas besoin d'ajouter des liens rigides. En effet, on supprime un élément poutre et on applique l'effort dans chaque nœud des deux cotés en sens opposé. Dans la deuxième méthode (config.2 dans la Figure 3.12b), on ne supprime aucun élément, on applique toujours en sens opposé, l'effort de tension dans un nœud central de la poutre et les demi-valeurs de part et d'autres de la tête/écrou.

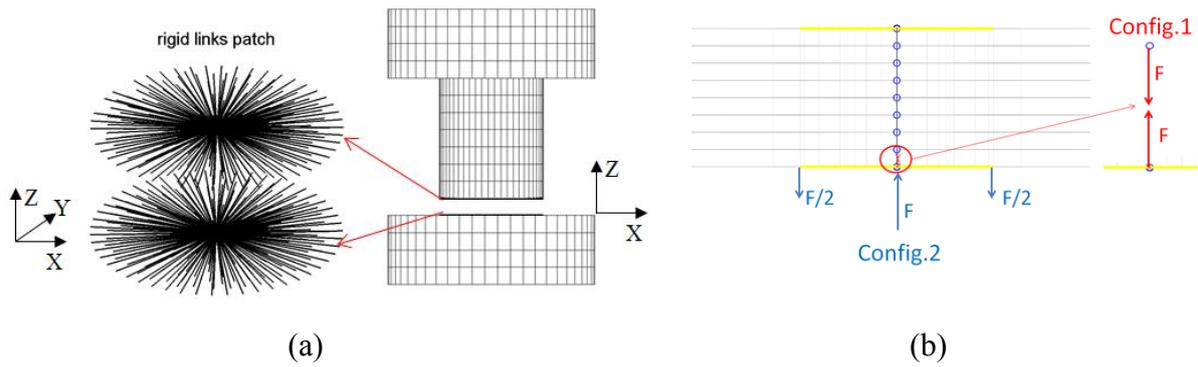


Figure 3.12 : Modélisation de l'effort de tension dans le boulon. (a) modèle avec des éléments volumiques, (b) modèle avec éléments poutres

On présente dans la Figure 3.13, la répartition de la résultante des contraintes normales statiques aux points de Gauss à l'interface de contact pour les deux modèles sans tenir compte du couple de torsion parasite. Le vecteur des contraintes normales  $\sigma_{i3}$  est donné par la relation

$$\sigma_{i3} = [\sigma]\{V_3\} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{33} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

où  $\{V_3\}$  représente la normale à la surface (X,Y) entre les deux plaques et  $[\sigma]$  le tenseur de contraintes.

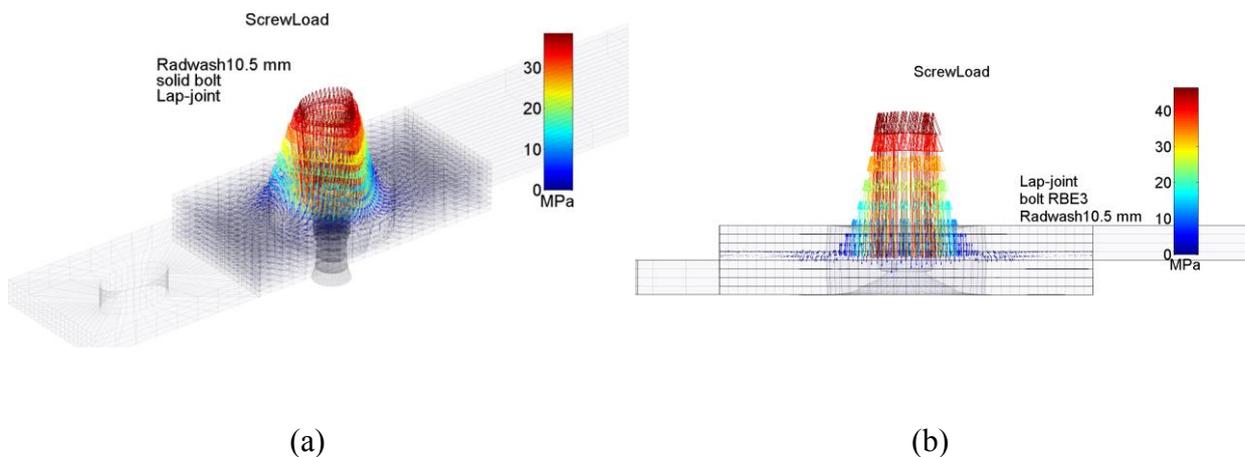


Figure 3.13 : Répartition des contraintes normales statiques à l'interface supérieure de la liaison. a) avec le modèle Solide, b) avec le modèle RBE3

La première remarque concerne l'existence de la zone de cohésion illustrée par les valeurs importantes de contraintes normales au voisinage du trou de passage du boulon pour les deux modèles. Une diminution progressive des contraintes sous forme conique est observée en s'éloignant du trou de passage montrant ainsi la zone susceptible de décoller dans le lap-joint. La deuxième remarque concerne la forme très similaire de la répartition des contraintes dans les deux modèles. Cependant, les valeurs maximales des contraintes normales sont un peu différentes. Le modèle RBE3 présente les valeurs de contraintes les plus importantes. Ceci peut être expliqué par le fait que les éléments RBE3 rigidifient moins la structure, d'où des contraintes plus importantes.

Afin de mettre en évidence la différence d'amplitudes entre les modèles RBE et Solide, on présente dans la Figure 3.14, l'évolution de la contrainte normale le long de l'axe X du lap-joint. Le trou de passage aux côtes  $[-3.5, 3.5]mm$  est indiqué par deux traits discontinus noirs. Les limites  $[-6.5, 6.5]mm$  du diamètre de la tête/écrou du boulon sont indiquées par deux traits discontinus bleus.

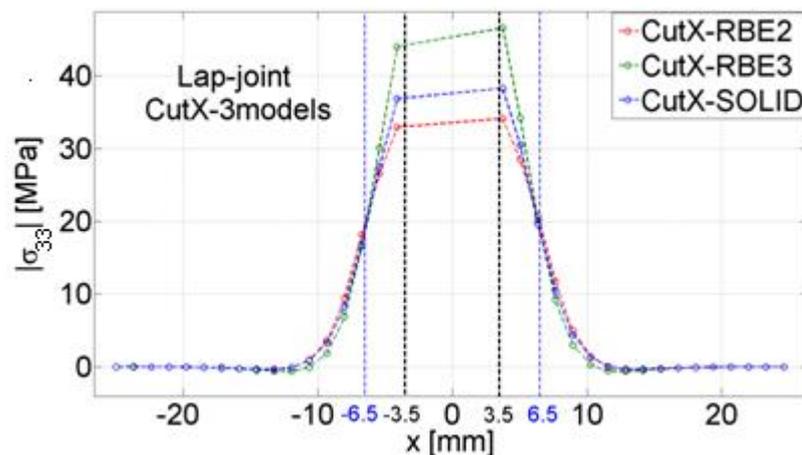


Figure 3.14 : Évolution de la contrainte normale à l'interface de contact du lap-joint pour les modèles de boulon RBE2, RBE3 et Solide

On remarque que les amplitudes de contraintes normales sont différentes au voisinage du bord du trou de passage. En dehors de cette zone, les courbes sont très proches. La rigidification de la structure est plus importante avec le modèle RBE2, utilisant des éléments rigides, puis avec le modèle Solide, utilisant des éléments volumiques pour modéliser la tête/écrou du boulon.

Afin d'étudier l'influence de la prise en compte des contraintes de cisaillement dans la modélisation de la précharge, on a calculé les contraintes normales et les contraintes de cisaillement dans la couche d'interface en tenant compte cette fois du couple de torsion  $C_t$  en plus de la force de tension. Pour les contraintes normales, on a trouvé presque les mêmes valeurs calculées sans la considération du couple de torsion. Ceci peut être expliqué par le fait que les contraintes de cisaillement sont négligeables par rapport aux contraintes normales. Dans la Figure 3.15, les contraintes de cisaillement à l'interface sont présentées. La valeur maximale de ces composantes tangentielles est de l'ordre de 1 MPa. Cette valeur peut être considérée comme négligeable par rapport à 40 MPa présentant la valeur maximale des contraintes normales pour le modèle RBE3. Ainsi, l'application du couple de torsion s'avère sans influence significative pour le cas de liaison boulonnée. Dans la suite de l'étude, on ne tiendra compte que de l'effort de tension pour définir la précharge.

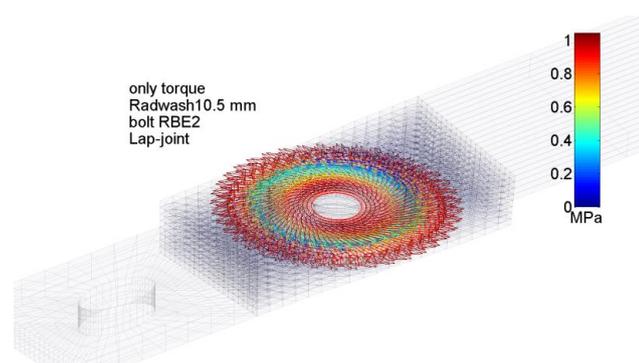


Figure 3.15 : Répartition des contraintes de cisaillement à l'interface de contact du lap-joint

La zone sous compression (section 3.3.2) est maintenant étudiée. L'évolution de la contrainte  $\sigma_{33}$  dans l'épaisseur de la poutre supérieure est affichée sous forme d'isovaleurs dans la Figure 3.16. Les axes sont normés par rapport à la hauteur de couche et la distance à l'alésage. Cette étude est effectuée pour les deux modèles de boulon RBE3 et Solide.

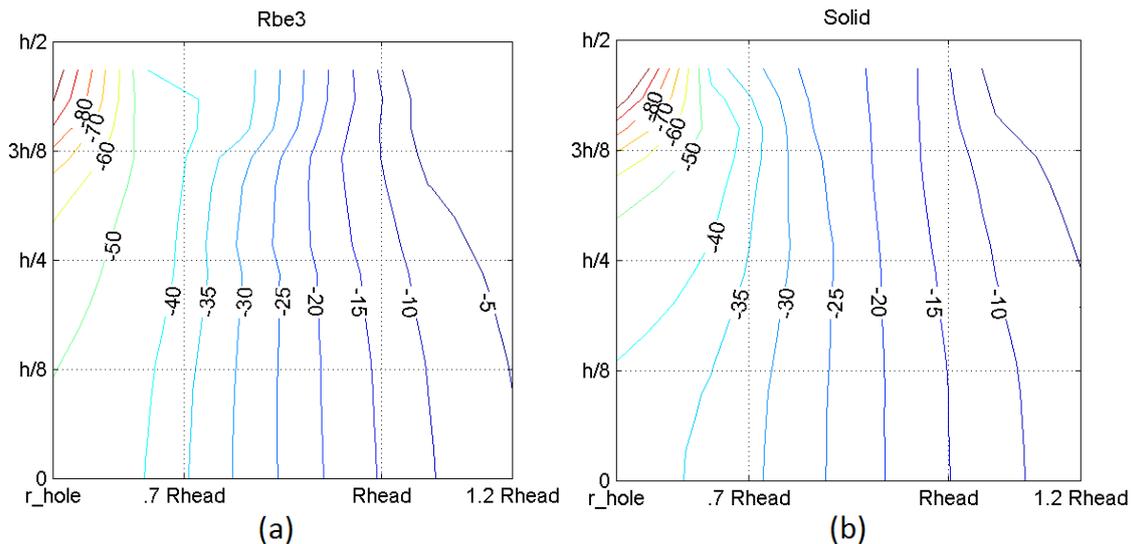


Figure 3.16 : Distribution des contraintes  $\sigma_{33}$  dans l'épaisseur de la poutre supérieure du lap-joint. a) modèle de boulon RBE3, b) modèle de boulon Solide

La première remarque est qu'une grande concentration de contrainte prend place sous la tête du boulon de rayon  $R_{head} = 6.5\text{mm}$  en particulier près des limites du trou de rayon ( $r_{hole}$ ) du boulon. Loin de cette zone, la contrainte diminue progressivement. Toutefois, la répartition de la contrainte diffère un peu dans les deux configurations. La contrainte est moins concentrée près du trou dans le cas du modèle RBE3. Cependant, la répartition des contraintes au-delà des limites de la tête du boulon semble être assez similaire. Pour les épaisseurs considérées, on remarque que la répartition des contraintes dans l'épaisseur ne prend pas la forme d'un cône d'angle  $45^\circ$ .

La tenue statique d'une liaison boulonnée est conditionnée par une zone qui doit rester comprimée après application de précharge pour former un ensemble de structures cohésive. L'étude de la répartition de contrainte a permis d'illustrer que cette zone est d'étendue limitée, même si l'hypothèse d'un cône à  $45^\circ$ , décrit dans la section 3.3.2, n'est pas forcément adaptée.

### 3.4 Proposition de liaison dissipative et optimisation numérique

#### 3.4.1 Nouvelle approche de conception de liaison dissipative

L'étude effectuée sur le niveau de couplage en section 3.2.3 a montré une sensibilité importante à la raideur d'interface correspondant à des niveaux significatifs d'énergie de

déformation dans la liaison. Un second résultat était le faible niveau d'énergie de déformation dans les boulons attribué à la notion de zone cohésive. On propose donc ici de structurer la surface de contact pour permettre un compromis entre la tenue fonctionnelle du boulon et l'introduction d'un matériau viscoélastique.

Le principe proposé est de placer une rondelle métallique dans la zone sous la tête du boulon et remplir le reste de l'interface par le matériau viscoélastique (Figure 3.17). La rondelle, de surface proche de la surface de la zone de contact comprimée en configuration de liaison à sec, permet de maintenir le contact métallique pour la tenue fonctionnelle due à la précharge appliquée. Les théories de calcul de rigidité fournissent une estimation de la surface de rondelle à construire à partir du calcul de la rigidité de la surface équivalente de l'assemblage boulonné (Figure 3.9). En utilisant l'expression de Rasmussen [77], on obtient un rayon équivalent de  $7.1mm$  ( $1.1R_{head}$ ).

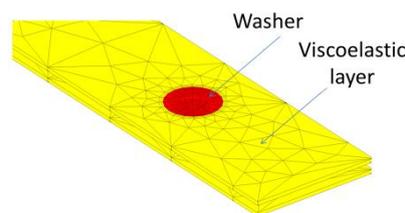


Figure 3.17 : Structuration de la surface de contact en zone métallique et zone viscoélastique

Le matériau viscoélastique travaille sur la partie non métallique de l'interface pour apporter de l'amortissement additionnel à la liaison. L'implémentation numérique de cette configuration est effectuée en prenant une couche d'éléments volumiques mise à l'interface de contact et ajustant les propriétés mécaniques des deux zones.

Afin de vérifier la validité de cette approche de conception, on calcule la distribution de contraintes normales à l'interface de contact pour deux configurations différentes : une couche viscoélastique avec rondelle métallique et une couche métallique homogène. La Figure 3.18 présente la distribution des contraintes normales à l'interface de contact pour ces deux configurations. Les tracés montrent que la valeur maximum des contraintes est presque identique dans les deux configurations. Ceci peut être expliqué par le fait que la force exercée par le boulon s'applique principalement sur la rondelle en aluminium, car son rayon correspond à celui du cône d'action du boulon. À l'inverse, la répartition des contraintes change. En effet, pour un module d'Young très faible ( $E_v = 70 MPa$ ), il y a un saut de valeur

de contrainte (les contraintes dans le matériau viscoélastique sont tellement faibles que les flèches correspondantes sont de l'ordre de points sur le tracé). Ce saut correspond au rapport des modules d'Young qui est très important dans ce cas. Ainsi que pour une couche viscoélastique très souple, qui n'oppose pas de résistance au déplacement, la rondelle se déforme uniformément sous l'action de la force de tension. La répartition des contraintes normales est donc également uniforme. Pour une couche d'interface de même module que la rondelle, le milieu est homogène. Par conséquent, l'évolution de la contrainte normale du centre vers le bord est continue, il n'y a donc plus de saut. On remarque aussi que la surface de la rondelle considérée est plus faible que la surface réelle travaillant sous compression. Ceci est cohérent avec la notion de section équivalente.

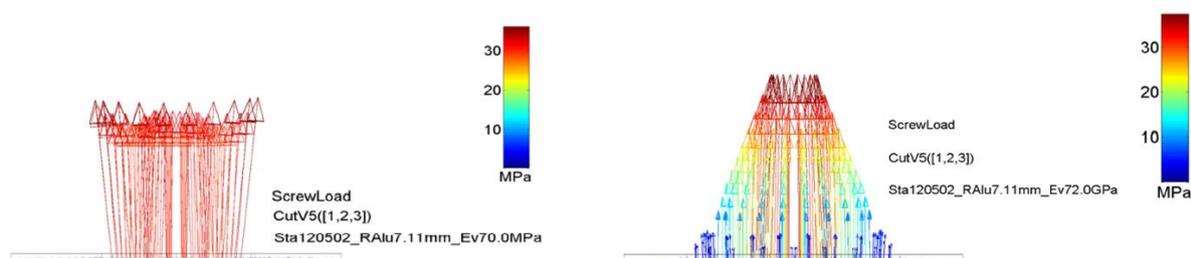


Figure 3.18 : Distribution des contraintes normales à l'interface dans la maquette. Gauche : pour un module d'Young  $E_v = 70 \text{ MPa}$ , droite : pour un module d'Young  $E_v = 72 \text{ GPa}$

### 3.4.2 Étude paramétrique de la dissipation modale

Après l'étude statique de la zone de contact, il convient d'optimiser les caractéristiques de la zone viscoélastique pour maximiser l'amortissement. Dans un premier temps, pour évaluer le potentiel d'amortissement, on suppose un taux de perte idéal  $\eta = 1$ , et fait varier le module d'Young dans la bande  $[7.2 \text{ MPa} \text{ } 10 \text{ GPa}]$  dans le cadre d'une étude paramétrique, définie par le modèle (2.50). Les amortissements modaux résultants sont présentés dans la Figure 3.19.

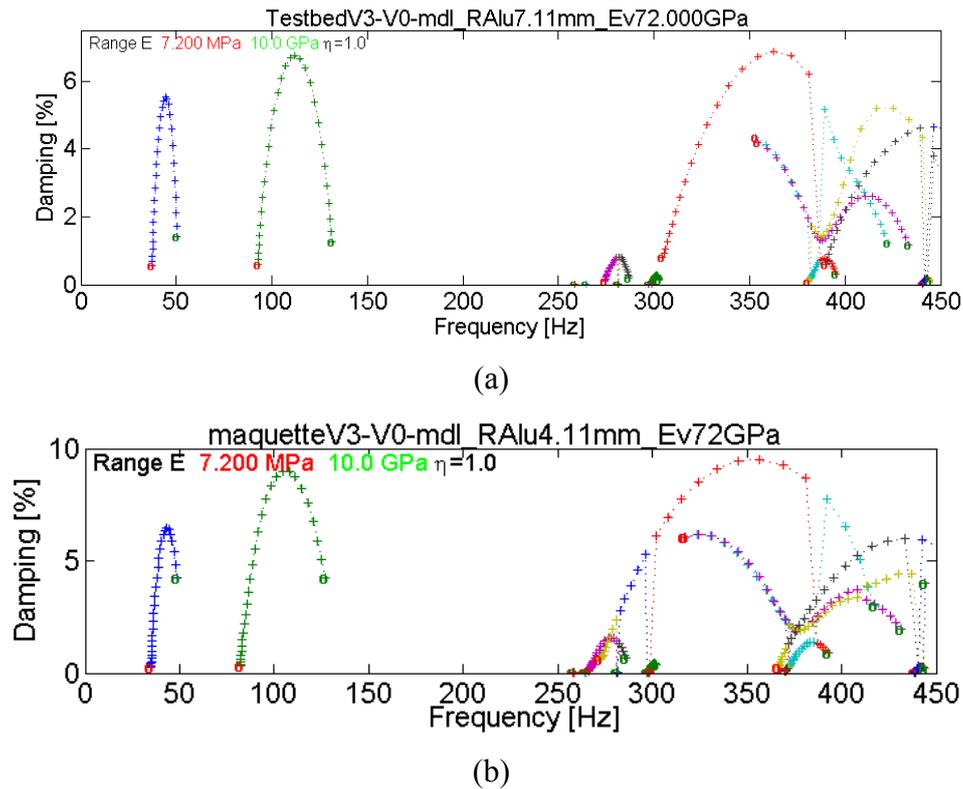


Figure 3.19 : Évolution du taux d'amortissement des modes et des fréquences modales en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique. a) Rayon de rondelle=  $7.11\text{mm}$ , b) Rayon de rondelle=  $4.11\text{mm}$

Au voisinage de  $50\text{ Hz}$ , le taux d'amortissement du premier mode de flexion X peut dépasser les 5% pour certaines valeurs du module d'Young. Pour le deuxième mode de flexion Y, au voisinage de  $100\text{ Hz}$ , le taux d'amortissement dépasse les 6%. Vers  $250\text{ Hz}$ , on distingue une série de modes presque pas amortis ( $< 0.5\%$ ). Ce sont les modes de panneaux supérieurs. Entre  $300\text{ Hz}$ , et  $450\text{ Hz}$ , plusieurs modes fortement amortis correspondent aux modes de voile qui font beaucoup travailler le matériau viscoélastique. La torsion, juste avant  $300\text{ Hz}$ , et la deuxième flexion X, juste avant  $400\text{ Hz}$ , présentent aussi un certain amortissement, mais moins important.

Par ailleurs une étude sur le rayon de la surface de la rondelle montre, comme on pouvait s'y attendre, une augmentation de l'amortissement pouvant être atteint quand le rayon de la rondelle est diminué (Figure 3.19b et Figure 3.20).

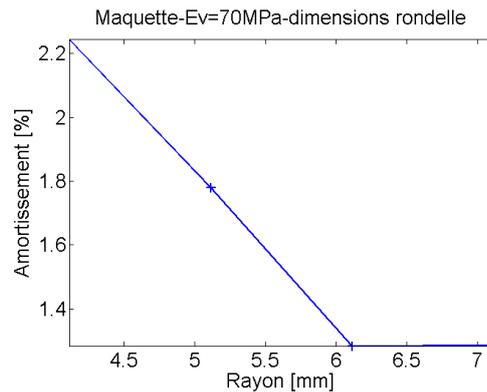


Figure 3.20 : Evolution de l'amortissement en fonction du rayon de la rondelle métallique pour  $E\nu = 70 \text{ MPa}$

Ces résultats montrent clairement un amortissement induit, mais correspondent à un matériau fictif. Il convient donc de raffiner la conception avec un choix de matériau réel ce qui sera fait dans la section suivante et de valider le concept par une réalisation expérimentale qui sera présentée au chapitre suivant.

### 3.4.3 Choix matériau réel et robustesse du comportement à la température

Les résultats de la section précédente montrent une dépendance de l'amortissement au module d'Young du matériau et l'existence d'un optimum. Mais, le module ne peut être ajusté librement. Plusieurs facteurs affectent les caractéristiques des matériaux viscoélastiques. Dans la pratique, on doit choisir un matériau dont le comportement dépendra de la température conduisant à des réponses sous optimale et on montre ici comment le choix de l'épaisseur permet d'ajuster la robustesse à la température.

Le comportement viscoélastique dépend de la fréquence et est caractérisé par son module et son facteur de perte (section 2.2.2). Une cartographie du taux d'amortissement en fonction de ces caractéristiques, puis une analyse de l'effet de la température sur le matériau réel peut alors être utile pour choisir le matériau le plus adéquat au cas d'application.

La Figure 3.21 présente la carte d'amortissement du premier mode de flexion dans l'espace module d'Young/facteur de perte. On superpose ensuite à cette carte les évolutions de module et facteur de perte pour les matériaux Smactane50 et Smactane70 en fonction de la température (courbes en traits interrompus donnant les modules complexes en fonction de la

température indiquée par des labels colorés). Ceci permet de constater l'évolution de performance que l'on pourrait attendre pour une évolution de la température.

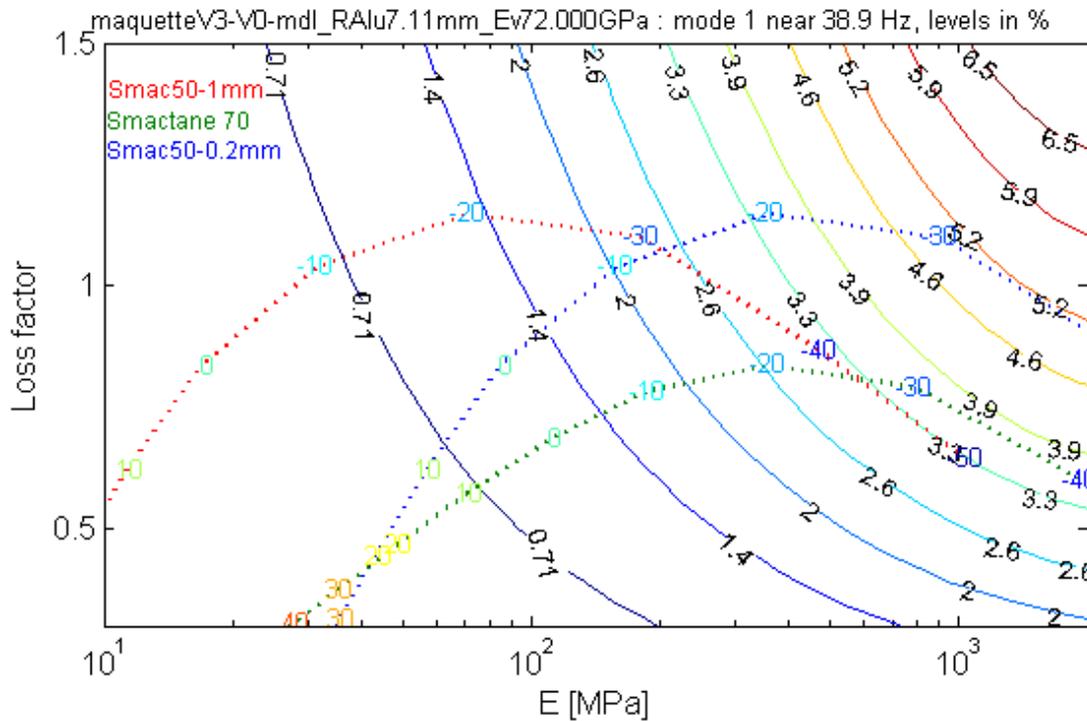


Figure 3.21 : Carte d'amortissement du premier mode de flexion dans un espace module d'Young/ taux de perte avec évolution des caractéristiques du matériau Smactane 50 (de 1mm et 0.2mm d'épaisseur) et le Smactane70 (de 1mm d'épaisseur) en fonction de la température.

Il est clairement visible que la raideur du matériau viscoélastique joue un grand rôle. Mais il est aussi clair, que c'est la raideur de couche et non le module qui est important. En traction, la densité surfacique de raideur de couche est donnée par

$$k = \frac{Ev}{h} \quad (3.11)$$

en cisaillement, elle est donnée par

$$k = \frac{G}{h} \quad (3.12)$$

avec, G le module de cisaillement du matériau.

Dans les deux cas, on voit que la raideur est inversement proportionnelle à l'épaisseur. Un même matériau en épaisseur plus faible apparaîtra donc comme plus raide dans le plan module/taux de perte. Ceci est illustré dans la Figure 3.21 en présentant les caractéristiques du Smactane50 pour une épaisseur 5 fois plus faible ( $0.2mm$ ). On constate alors que les 0.7% d'amortissement sont atteints pour une température de  $10^{\circ}C$  alors que pour l'épaisseur nominale il fallait une température froide de  $-10^{\circ}C$ . On illustre ainsi les possibilités d'optimisation et le besoin d'études de robustesse en température.



---

## **Chapitre 4. Validation expérimentale**

---

## 4.1 Introduction

Afin de démontrer la validité de la stratégie de modélisation et l'approche de conception de jonction boulonnée dissipative, considérée dans le chapitre précédent, une étude expérimentale et une corrélation calcul/essai est présentée dans ce chapitre. Le déroulement général de cette étude est schématisé en Figure 4.1.

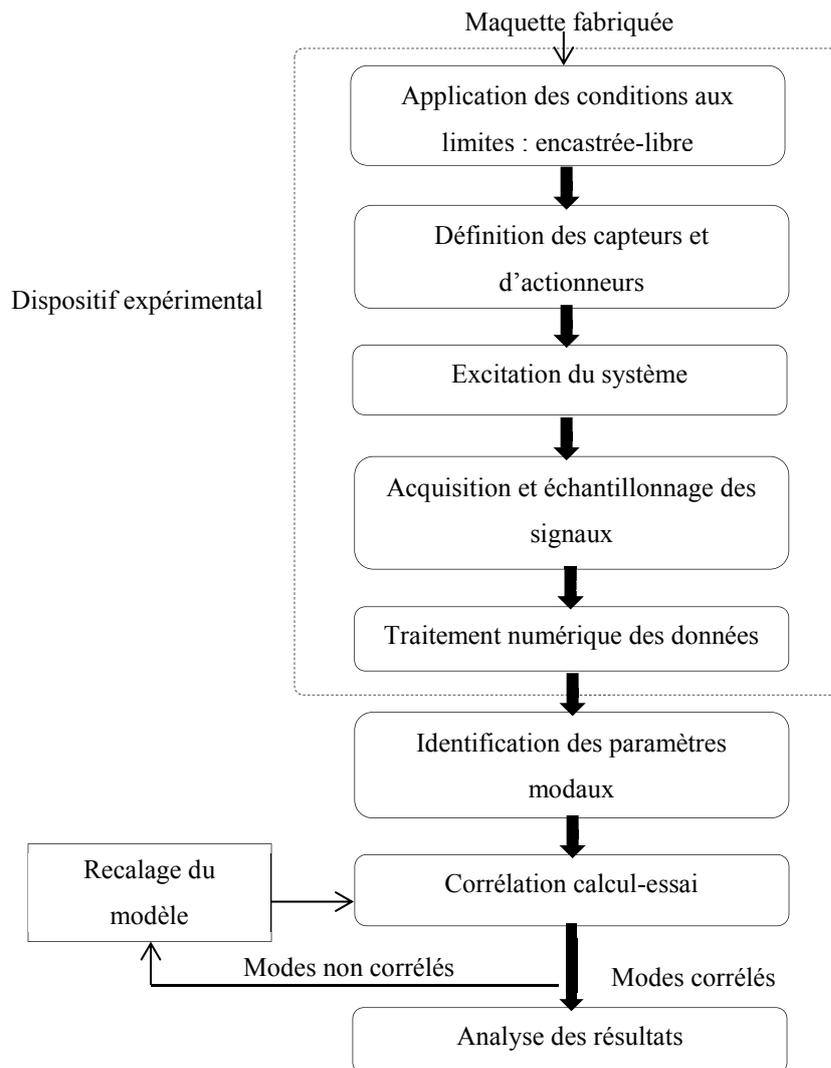


Figure 4.1 : Schéma fonctionnel de l'étude expérimentale

La section 4.2 présente l'analyse modale expérimentale. La maquette, la chaîne d'acquisition et le traitement des signaux sont détaillés. À partir des fonctions de transfert estimées, une identification des paramètres modaux est nécessaire pour permettre la corrélation avec le calcul. Les méthodes associées sont décrites dans la section 4.3.

La fabrication de la maquette, présentée dans la Figure 4.2, a pu mettre en évidence un problème omniprésent dans les systèmes mécaniques : l'existence de défauts de formes plus ou moins importants. L'impact de ces défauts se manifeste particulièrement dans les essais réalisés et un recalage manuel des surfaces de contact, en section 4.4, permet une amélioration notable de la corrélation calcul/essai. L'analyse des amortissements confirme la pertinence du concept de liaison amortie introduit au chapitre précédent. On montre enfin que la surface de contact plus faible obtenue en réalité est associée à une baisse d'amortissement.

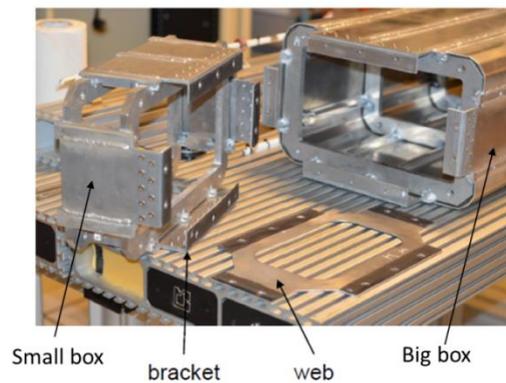


Figure 4.2 : Composants principaux de la maquette

## 4.2 Étude expérimentale

### 4.2.1 Maquette

La maquette dont la conception a été analysée au chapitre précédent a été fabriquée et testée. Cette maquette (Figure 4.2) est composée d'un caisson court encastré et d'un caisson long, reliés par une liaison type de la construction chez Eurocopter [24] décrite dans le chapitre précédent.

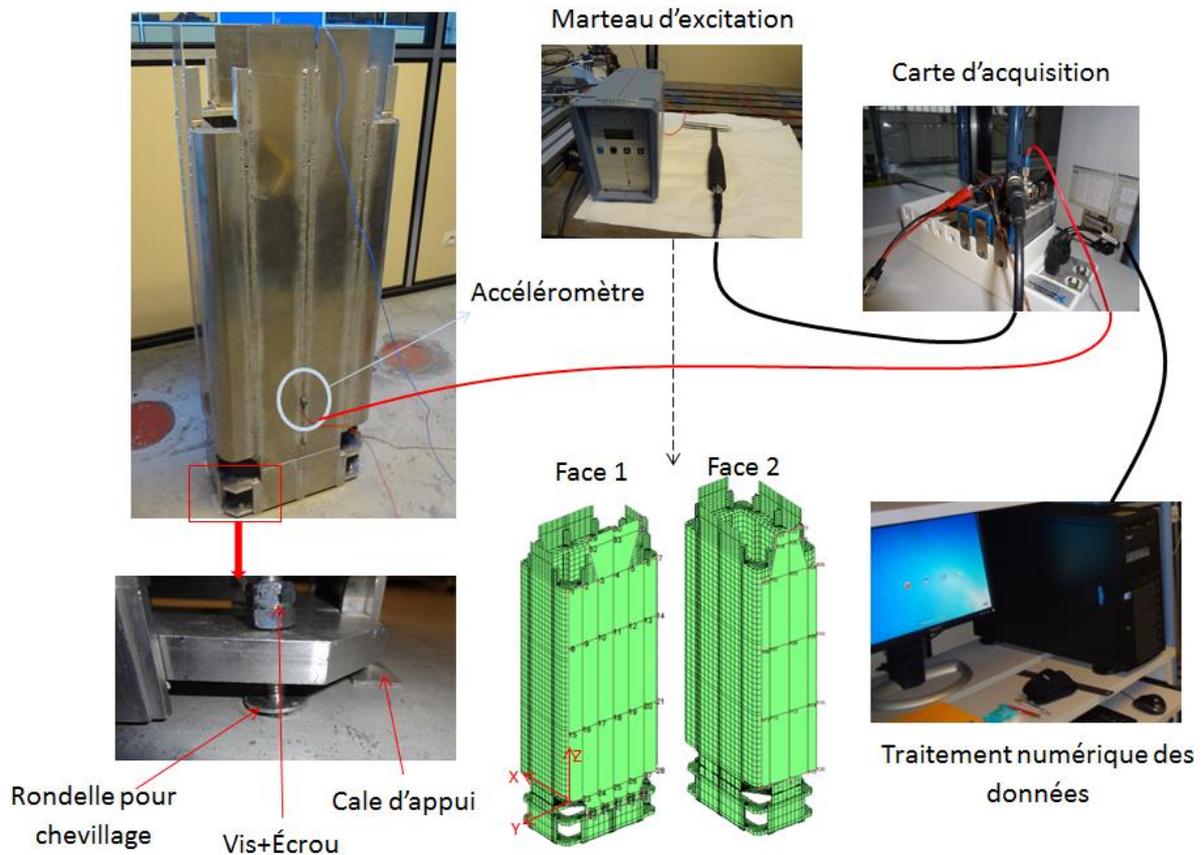


Figure 4.3: Dispositif expérimental : maquette

La configuration d'essai, présentée dans la Figure 4.3, est constituée des éléments suivants :

- La maquette est encastrée à sa base à un plancher en béton isolé, au moyen d'un système de chevillage en acier à expansion et un ensemble de vis et d'écrous. Cette configuration permet d'éviter tout couplage avec l'extérieur (dans une première configuration, la fixation sur un marbre générerait des modes additionnels). Le contact entre la maquette et le plancher en béton est réalisé à travers quatre points d'appuis au bout des lisses du petit côté de la maquette. Cette localisation est obtenue à l'aide de cales en aluminium de 2 *mm* d'épaisseur. En effet, un calcul a montré une sensibilité notable des modes aux surfaces en appui. Les boulons M6 sont serrés à 10 *N.m* mesuré par un dynamomètre.
- Un accéléromètre collé sur la peau du caisson long sur le grand côté de la maquette.
- Un marteau d'excitation permettant de générer une excitation sur une large gamme de fréquence par l'intermédiaire d'impacts mesurés.

- Un système NI9233 à quatre voies pour l'acquisition temporelle et un conditionneur thermocouple pour mesurer la température au voisinage de la jonction.
- Un ordinateur pour le traitement des données mesurées avec l'interface MATLAB-SDT.

Les impacts ont été effectués sur quatre-vingt points distribués sur deux faces selon deux directions différentes montrées en Figure 4.3. Les points intérieurs des grilles ont été choisis sur les points durs aux intersections des cadres et des lisses tandis que les points de bords ont été choisis plus arbitrairement.

L'objectif de l'essai étant d'illustrer l'efficacité de la conception amortie, l'analyse modale est réalisée pour différentes configurations avec et sans matériaux viscoélastiques. Ces configurations sont décrites dans le Tableau 4.1 avec la configuration 'SEC' correspondant au contact métallique direct.

Configuration	Matériau
Avec couche Viscoélastique	Smactane 50
	Smactane 70
SEC	Aluminium

Tableau 4.1 : Configurations des essais

Le choix de ces configurations se base sur les résultats de l'étude paramétrique réalisée dans le Chapitre 3. La courbe de la Figure 3.6 a montré que la fraction de l'énergie de déformation pour le premier mode propre est optimale pour une valeur du module d'élasticité du matériau viscoélastique  $E_v = 70 \text{ MPa}$ .

Afin de choisir le matériau viscoélastique optimal pour une configuration optimale, on étudie les caractéristiques de différents matériaux montrés en Figure 4.4. Ces courbes décrivent l'évolution du facteur de perte  $\eta$  en fonction du module d'élasticité pour plusieurs types de matériaux viscoélastiques existants sur le marché et ceci pour une gamme de fréquence de  $[97.3 \text{ } 513.9] \text{ Hz}$  (zone colorée des courbes) et une température de  $25^\circ$ . Le choix de cette gamme de fréquence permet d'inclure les modes d'intérêt de la configuration optimale détectée dans la Figure 3.19a ( $E_v$  au voisinage de  $70 \text{ MPa}$ ,  $\eta = 1$  et une fréquence entre  $[60 \text{ } 200] \text{ Hz}$  et une épaisseur de  $1 \text{ mm}$ ).

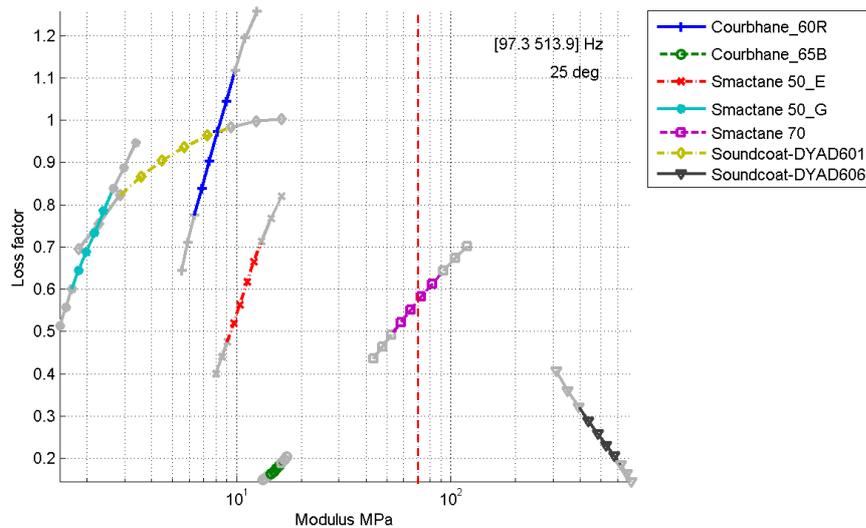


Figure 4.4: Courbes du taux d'amortissement en fonction du module d'Young des matériaux viscoélastiques pour des fréquences *dans* [97.3 513.9]Hz et une température à 25°C

Les matériaux les plus appropriés à notre cas d'étude sont choisis pour des valeurs de densité de module d'Young (équation (3.11)) aux alentours de 70 MPa/mm dont le matériau le plus optimal est le Smactane70. Dans le Chapitre 3, on peut atteindre plus de 11% d'amortissement pour les deux premiers modes propres de la maquette pour  $E_v = 70 \text{ MPa}$ . Cependant, dans le cas réel, le Smactane70 ayant un facteur de perte  $\eta < 1$ , ne peut pas atteindre une telle valeur d'amortissement sachant que plus le facteur de perte est faible plus l'amortissement est faible. Les deux matériaux qui sont utilisés dans l'étude expérimentale sont définis dans le Tableau 4.2.

Matériau	Épaisseur [mm]	$E_v/h$ [MPa/mm]	$\eta$
Smactane 50	0.2	[50 70]	[0.48 0.7]
Smactane 70	1.1	[60 90]	[0.5 0.65]

Tableau 4.2 : Caractéristiques des matériaux viscoélastiques utilisés dans les essais

Le choix d'une épaisseur de 0.2 mm, soit 5 fois plus fin, pour le Smactane 50 permet d'augmenter la raideur vue par la liaison pour un module élastique du matériau qui est multiplié par 5.

En pratique, l'introduction du matériau viscoélastique se fait comme montré en Figure 4.5. On découpe des feuilles en matériau viscoélastique avec des emplacements pour les

rondelles métalliques. Ces feuilles sont ensuite collées sur le voile pour éviter tout glissement lors du montage. On insère enfin les rondelles en aluminium dans les emplacements prévus. Les rondelles sont de type pelable afin de permettre l'ajustement des hauteurs en fonction du matériau viscoélastique.

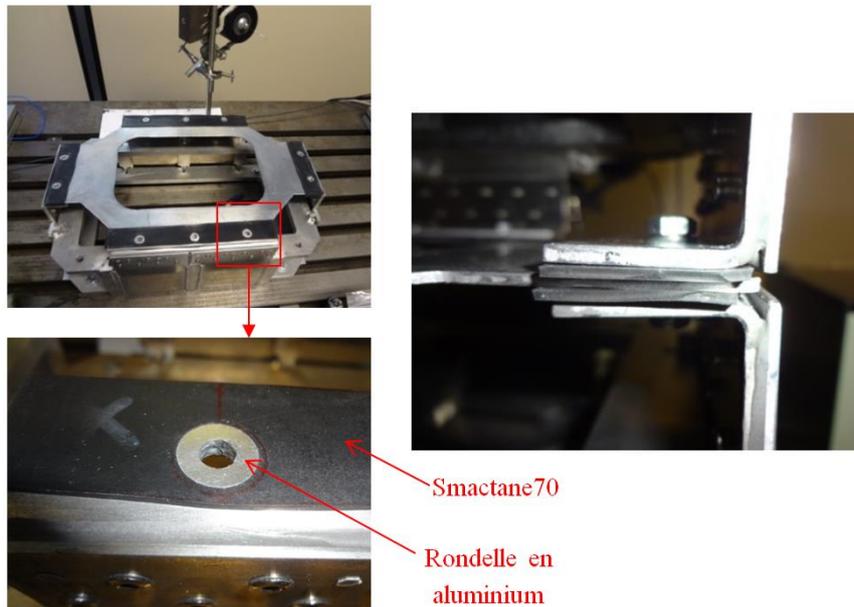


Figure 4.5 : Configuration d'essai avec Smactane 70

#### 4.2.2 Acquisition et traitement des signaux

Les mesures sont effectuées pour les quatre-vingt points de la grille étendue sur les deux faces de la maquette (Figure 4.3). Les impacts sont réalisés au marteau avec une tête donnant un contenu fréquentiel adapté à notre étude. Chaque impact est répété trois fois pour permettre un moyennage des fonctions de transfert estimées.

Le principe d'une chaîne d'acquisition est illustré en Figure 4.6. L'accéléromètre subit un mouvement mécanique, suite à l'excitation et son élément piézo-électrique produit une charge. Après conditionnement des signaux, un filtre anti-repliement analogique, correspondant à un filtre passe bas, permet dans un premier temps de générer un signal analogique respectant le principe de Shannon. Ensuite un convertisseur analogique numérique (CAN) permet de convertir le signal analogique en signal numérique.

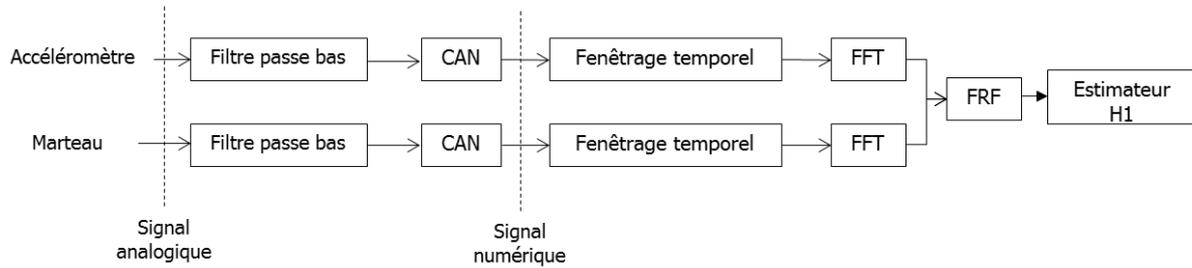


Figure 4.6 : Chaîne d'acquisition et traitement des signaux

À partir d'un buffer de données, le signal peut être ensuite fenêtré par un fenêtrage exponentiel et la transformation de Fourier effectuée. Pour l'application considérée, les fonctions de transfert sont estimées à l'aide de l'estimateur H1 utilisé classiquement [87]. En effet, la fonction de transfert s'écrit en fonction de l'entrée  $u(f)$  et de la réponse  $y(f)$

$$[H(f)] = \frac{y(f)}{u(f)} \quad (4.1)$$

Pour une série de  $N$  mesures, l'estimation directe par moyennage s'écrit

$$[H(f)] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left( \frac{y(f)}{u(f)} \right)_n \quad (4.2)$$

En pratique, des approches alternatives basées sur les spectres de puissance et les spectres croisés pour l'approximation de la fonction de transfert sont appliquées. Une de ces approches est l'estimateur H1 donnée par

$$[H_1(f)] = \frac{\sum_{n=1}^N y_n(f)^H u_n(f)}{\sum_{n=1}^N u_n(f)^H u_n(f)} \quad (4.3)$$

Cet estimateur présente l'avantage de minimiser l'influence de bruits sur les sorties mesurées.

## 4.3 Identification des paramètres modaux

### 4.3.1 Méthodes usuelles

La validation des modèles de structures complexes soumises à des charges dynamiques par confrontation à des résultats d'analyse modale expérimentale a fait l'objet d'intenses recherches depuis les années 50. Aujourd'hui, bien que la variété et l'efficacité des méthodes de modélisation aient connu un développement considérable au cours de ces

dernières décennies, la confrontation avec l'expérience reste une étape essentielle pour comprendre les limitations des modèles dynamiques, en particulier pour les structures de plus en plus complexes telles que les structures aéronautiques.

L'identification des paramètres modaux (amortissements, fréquences et déformées modales [87], [88]) est le processus classique pour synthétiser le comportement dynamique réel d'une structure et permettre une corrélation malgré les différences de fréquence qui rendent difficiles la comparaison directe des transferts mesurés. On présente dans cette section des approches d'identification couramment utilisées et qui ont montré leurs efficacités dans plusieurs applications.

Les méthodes d'identification existantes se distinguent principalement par trois critères. On cite, dans un premier temps, le nombre de modes dans le système. Historiquement, l'identification a été désignée pour les systèmes à un seul mode présentant des cas d'applications académiques. La méthode d'identification de "demi-puissance" présente le modèle basique pour ce type de système qui devient très rapidement inefficace pour les systèmes à plusieurs DDL. Le nombre de sorties ainsi que le nombre d'entrées définis, présentent le deuxième critère. Initialement, ça concernait le cas d'une seule entrée et une seule sortie (single-input/single-output, SISO). Plus tard, les méthodes d'identification ont été généralisées pour le cas des multi-entrée-et/ou-multi-sorties (single-input/multi-output, SIMO ou multi-input/multi-output, MIMO) en simultané. Le domaine de la réponse du système qu'il soit fréquentiel ou temporel est le troisième critère. Dans le domaine fréquentiel, on peut citer la méthode d'identification des modes complexes [89], [90] et la méthode de "non-linear least squares frequency domain" (NLLS-FD)... Dans le domaine temporel, on peut citer les méthodes de "Least squares complex exponential" (LSCE) [91], "Stochastic subspace Identification" (SSI) [92], "Ibrahim time domain" [93] et "Polymax" [94]... Les méthodes temporelles présentent l'avantage d'avoir une information complète. Toutefois, le bruit accompagnant la réponse du système doit être traité explicitement. Concernant les méthodes fréquentielles, le niveau de bruit est moins important, le volume d'information est plus compact et la précision des analyses vibratoires est plus concrète en ajoutant les termes résiduels.

Dans la plupart des applications, l'amortissement est associé à des mécanismes localisés en espace. Il n'est donc pas possible de représenter l'amortissement par une matrice diagonalisée en même temps que les matrices de masse et raideur. On obtient donc des modes

dits complexes où tous les points ne sont pas en phase contrairement au cas d'une structure purement élastique. Comme une grande partie des calculs industriels sont réalisés avec l'hypothèse d'élasticité, de nombreux travaux ont cherché à estimer les modes normaux à partir de modes complexes mesurés. Plusieurs méthodes d'identification ont été développées dans cet objectif qui demeure un sujet d'intérêt scientifique [7-11].

L'effet de non-linéarités sur les transferts mesurés est souvent suffisamment faible pour permettre l'utilisation pertinente d'un système linéaire sous-jacent et on utilise des méthodes d'identification linéaires pour estimer les amortissements. La validité des résultats obtenus dans de telles configurations est un autre sujet largement ouvert.

### 4.3.2 Méthode d'identification par moindres carrés fréquentiel

Une fois les fonctions de transfert mesurées comme détaillé dans la section 4.2.2, on procède à l'identification modale. Ce processus comme décrit dans la section précédente, permet d'estimer les paramètres modaux du système mesuré. Le but de cette prédiction est de déterminer le comportement dynamique du système à travers la campagne d'essais effectués. Ainsi, dans cette section, on présente la théorie derrière ce processus, utilisée dans ce travail.

Pour choisir la forme de modèle à identifier, on regarde d'abord le résultat obtenu par calcul. On considère les systèmes linéaires représentés par le modèle de second ordre suivant :

$$\begin{aligned} [Z(s)]\{q(s)\}_{N*1} &= [Ms^2 + Cs + K]_{N*N}\{q(s)\}_{N*1} = [b]_{N*NA}\{u(s)\}_{NA*1} \\ \{y(s)\}_{NS*1} &= [c]_{NS*N}\{q(s)\}_{N*1} \end{aligned} \quad (4.4)$$

La fonction de transfert correspondante à ce modèle est défini en fonction des matrices d'observabilité et de commande, en écrivant l'expression suivante :

$$\{y(s)\} = [H(s)]\{u(s)\} = [c]\{q(s)\} = [c][Z(s)]^{-1}[b]\{u(s)\} \quad (4.5)$$

Au voisinage de chaque pôle  $\lambda_j$ , la fonction analytique de transfert  $[H(s)] = [c][Z(s)]^{-1}[b]$  peut être approchée par une décomposition en fraction rationnelle (appelé aussi modèle pôle/résidu) sous la forme suivante :

$$[H(s)] = \sum_{j=1}^N \left( \frac{[R_j]}{s - \lambda_j} + \frac{[\bar{R}_j]}{s - \bar{\lambda}_j} \right) + [E] + \frac{[F]}{s^2} \quad (4.6)$$

déjà explicité pour des besoins de calcul en équation (2.20) au Chapitre 2. La matrice de résidu est définie par  $[R_j] = \{c\psi_{jD}\}\{\psi_{jG}^t b\}$ . [E] et [F] sont les termes résiduels représentant la contribution des modes à basses et hautes fréquences respectivement. Leur présence est nécessaire du fait de la troncature de la série des modes nécessaire pour une identification sur une bande de fréquence finie.  $H(s)$  est une fonction linéaire des résidus  $R_j$  et des termes résiduels et est une fonction non linéaire des pôles  $\lambda_j$ . Elle peut donc s'écrire sous la forme :

$$[H(s)] = [\alpha(\lambda_j, s)]\{\mathfrak{R}\}, \mathfrak{R} = (R_j, E, F) \quad (4.7)$$

L'identification se fait toujours par minimisation de la distance entre la prédiction du modèle paramétrique et les données mesurés. Quarante-vingt points sont mesurés dans notre travail. La bande de fréquence balayée étant assez large ([0 1000 Hz]), un nombre important de résonances est détecté. Pour le traitement d'un nombre important de pôles et de FRFs, on se ramène au problème des moindres carrés de la forme générale :

$$\{x\} = \underset{\{x\}}{\operatorname{argmin}} |[A] \{x\} - \{b\}|^2 \quad (4.8)$$

Partant de l'écriture générale (4.7) pour les structures amorties avec troncature et donc termes résiduels, la méthode de résolution utilisée dans SDT est basée sur un problème de moindres carrés linéaire

$$J(\lambda_j) = \underset{\mathfrak{R}}{\operatorname{argmin}} \sum_{j=1}^N (H^{\text{mesuré}}(\omega_j) - H^{\text{identifié}}(\omega_j))^2 \quad (4.9)$$

Ce problème permet de trouver les résidus pour des pôles connus. On y rajoute une stratégie d'optimisation non linéaire des pôles  $\lambda_j$ .

Dans l'implémentation de ce principe réalisée dans la toolbox SDT sous MATLAB, on commence par importer toutes les mesures correspondantes à une configuration étudiée (avec ou sans matériau viscoélastique). L'initialisation des pôles, se fait par un simple clic au voisinage d'un pic de résonance  $\frac{\omega_r}{2\pi}$ , qui permet d'effectuer une première estimation. Cette estimation se fait en se basant sur le principe de l'identification de demi-puissance, mais qui s'étend sur tous les transferts simultanément et permet la gestion des pôles très proches. On choisit donc, une bande étroite de fréquences et on estime le pôle. Cette première estimation des pôles revient à construire une séquence d'identifications par la méthode « single mode peak picking ». Une fois que la fréquence et l'amortissement modaux sont estimés, une

optimisation est envisagée si on s'aperçoit par inspection visuelle que l'identification n'est pas optimale. L'optimisation est basée sur un réglage portant sur les pôles. L'algorithme utilisé est appelé IDRC ('Identification Des Résidus Complexes') développé dans les travaux [4] et [11]. Cet algorithme permet de recalculer la fonction coût (4.9) à minimiser afin d'optimiser l'identification. Cependant l'optimisation ne porte pas sur les résidus  $R_j$  qui font très rapidement augmenter le nombre de paramètres à optimiser, mais sur les pôles  $\lambda_j$ . La minimisation de la fonction coût (4.9) en fonction des pôles inconnus  $\lambda_j$  correspond à résoudre le modèle (4.7) avec la méthode des moindres carrés linéaires.

La Figure 4.7, présente un schéma fonctionnel décrivant les principales étapes de l'identification réalisée.

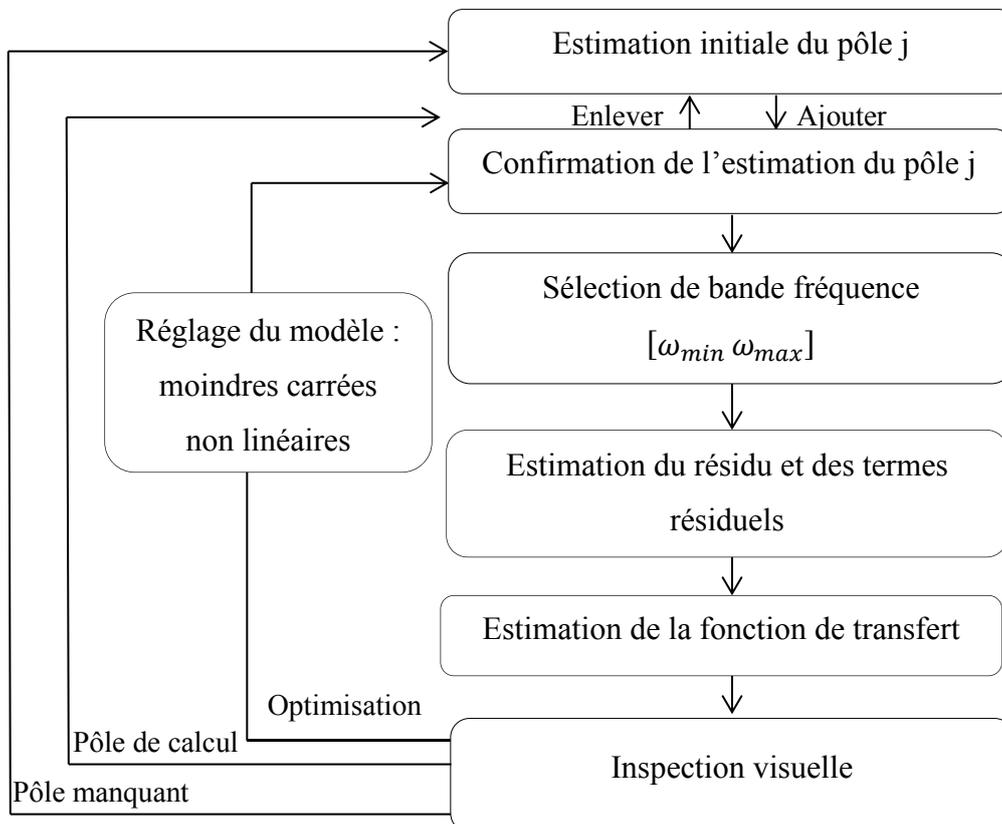


Figure 4.7 : Schéma fonctionnel de l'algorithme IDRC d'identification et optimisation des paramètres modaux

La Figure 4.8 montre une fonction de transfert mesurée dans la configuration avec du Smactane 50, le transfert identifié, ainsi que la qualité de l'identification après optimisation. Le signal mesuré et le signal identifié sont très proches et ceci pour la large gamme de fréquence étudiée. L'indicateur de qualité est calculé comme la moyenne des erreurs de Nyquist sur tous les transferts autour de chaque pôle. De nombreux pôles ayant une erreur inférieure à 10 % sont bien identifiés sur l'ensemble des voies mesurées.

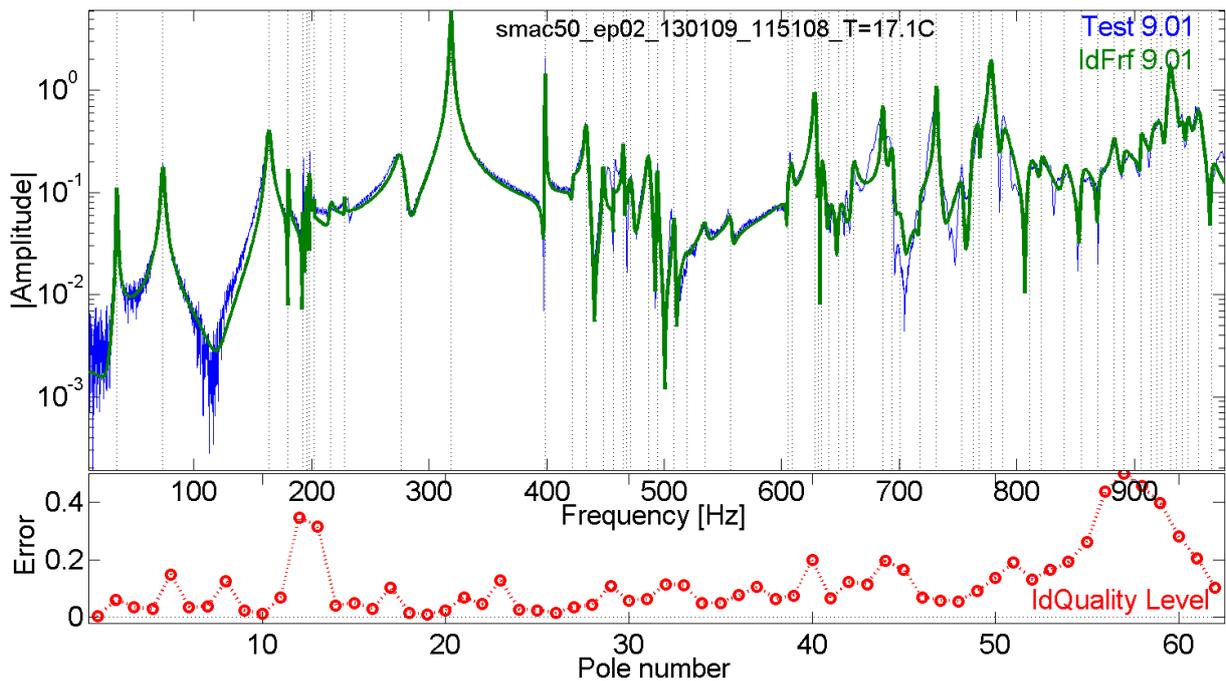


Figure 4.8 : Transfert identifié et qualité d'identification associée

### 4.3.3 Modes identifiés dans les différentes configurations

Les fonctions de transfert mesurées représentent un comportement très différent pour les configurations avec et sans matériau viscoélastique. L'obtention de mesures plus propres pour la configuration à sec était plus difficile par rapport aux autres. Un fort bruitage dans les signaux de la configuration est détecté. Cependant, le processus d'optimisation réalisé lors de l'identification a permis l'obtention d'une bonne qualité d'identification. En traçant les diagrammes de Nyquist autour d'une fréquence de résonance correspondant à un mode local de la structure, pour les deux configurations à sec et avec le Smactane 50, un critère de forte non linéarité a été détecté dans la première configuration et qui s'est diminué en ajoutant le

matériau viscoélastique (Figure 4.9). En fait, le diagramme de Nyquist de la configuration à sec présente une distorsion asymétrique au voisinage de la résonance. Ce type de diagramme a été étudié dans le travail de [100] montrant ainsi qu'il s'agit d'une non linéarité de la structure. En diminuant la non linéarité avec l'ajout du matériau viscoélastique, l'identification est plus propre avec une bonne correspondance entre les données mesurées et calculées.

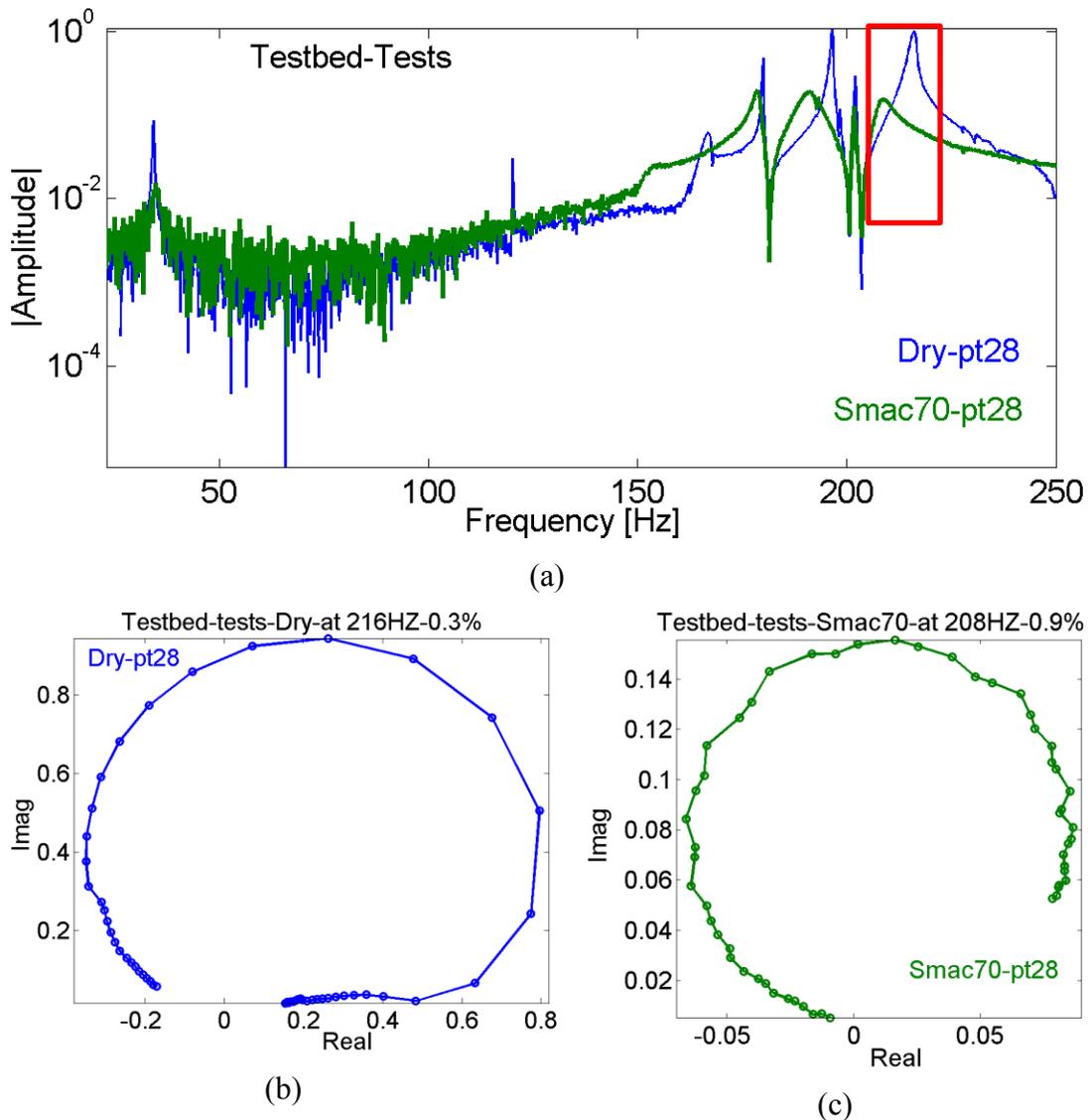


Figure 4.9 : Diminution de non linéarité en ajoutant le matériau viscoélastique, a) FRF à sec et avec Smactane 70, b) diagramme de Nyquist associé au mode encadré pour la configuration à sec, c) diagramme de Nyquist associé au mode encadré pour la configuration avec du Smactane 50

Les résultats en termes de fréquences et amortissements modaux des modes globaux (Flexion X, Flexion Y, Flexion 2X et Torsion) des différents essais sont décrits dans le

Tableau 4.3. Même si les modes globaux étaient recherchés dans la conception, les essais ont montré la présence de modes de panneaux supérieurs (P.S + Flexion X, P.S + Torsion ...) dont la présence a ensuite été confirmée par la mise à jour du modèle, comme déjà décrit dans le chapitre précédent. Dans la Figure 4.9 présentant la fonction de transfert associée au point 28 de la grille de mesure (Figure 4.3), on retrouve un premier pic d'amplitude correspondant au premier mode de flexion (Flexion X à 34 Hz). On trouve aussi les modes associés aux six panneaux supérieurs entre 180 et 210 Hz.

Mode	SEC		Smac50		$\zeta_{(\text{Smac50})} / \zeta_{(\text{SEC})}$	Smac70		$\zeta_{(\text{Smac70})} / \zeta_{(\text{SEC})}$
	$\omega$ [Hz]	$\zeta$ [%]	$\omega$ [Hz]	$\zeta$ [%]		$\omega$ [Hz]	$\zeta$ [%]	
Flexion X	34.2	0.298	34.4	0.934	3.1	34.95	2.535	8.5
Flexion Y	68.9	0.396	73.5	1.525	3.8	66.59	2.768	6.9
P.S + Flexion X	179.9	0.058	180.1	0.098	1.6	178.7	0.469	8.0
P.S + Flexion Y	192.7	0.040	192.4	0.054	1.3	198.1	0.058	1.4
P.S + Torsion	202.8	0.041	202.1	0.059	1.4	201.7	0.097	2.3
Flexion 2X	268.4	0.454	273.3	1.350	2.9	273.3	1.350	2.97
Torsion	318.3	0.051	318.4	0.217	4.2	317.1	0.330	6.4
Panneau+ Flexion X	398.4	0.008	398.8	0.015	1.8	398.8	0.015	1.8

Tableau 4.3 : Résultats des essais

Le Tableau 4.3 montre très clairement la pertinence de l'ajout du Smactane 50. En effet, l'amortissement modal est multiplié par 3 pour les modes globaux et d'environ 1.5 pour les modes locaux de panneaux (dont l'amortissement reste cependant très faible). Concernant le Smactane 70, l'amortissement est multiplié par 8 pour les premiers modes propres globaux, c'est à dire plus que 2.5 fois que dans la configuration du Smactane 50. Le premier mode de panneaux supérieurs à 178.74 Hz a augmenté aussi de 8 fois contre 2.5 fois pour les autres modes de panneaux de la même configuration.

Afin de mieux visualiser l'effet dissipatif de l'ajout du matériau viscoélastique sur les modes globaux faisant travailler la jonction dans la maquette, on affiche l'évolution des amortissements pour les trois configurations étudiées dans la Figure 4.10. Étant donné que les fréquences associées à ces configurations sont très proches, on affiche dans la Figure 4.11,

l'évolution de l'écart en fréquence correspondant aux essais avec matériau viscoélastique par rapport à l'essai à sec.

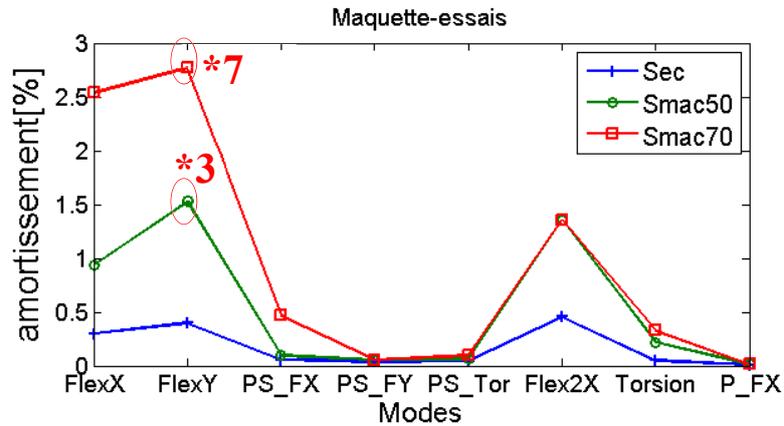


Figure 4.10 : Évolution de l'amortissement des modes en fonction de la configuration d'essai (avec et sans matériau viscoélastique)

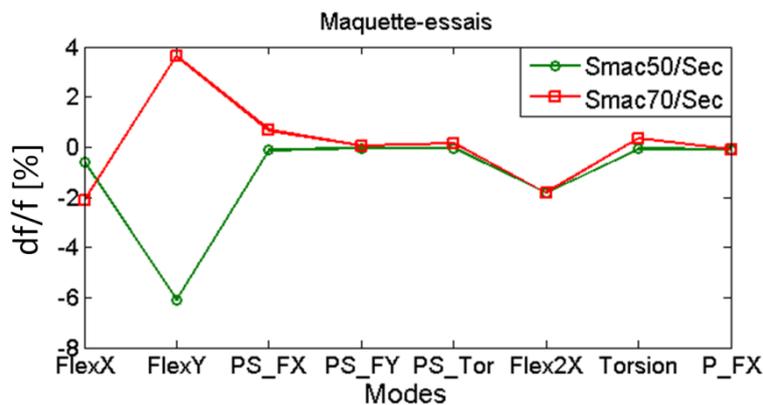


Figure 4.11 : Évolution de l'écart en fréquence des modes en ajoutant du matériau viscoélastique

Comme prévu dans le chapitre précédent, l'utilisation d'un matériau plus raide conduit ici à une augmentation de la dissipation. Par ailleurs, les fréquences n'ont pas varié de façon notable. On a donc augmenté l'amortissement en tenant l'objectif de préservation du fonctionnement de liaison.

En comparaison du Smactane 70 par rapport au Smactane 50, on remarque que l'amortissement associé au deuxième mode de flexion (Flexion 2X) n'a pas augmenté d'une façon aussi notable que pour les premières Flexion X et Flexion Y. Ceci s'explique par le fait que la Flexion 2X, certes fait travailler la jonction en flexion mais aussi fait travailler d'une façon significative les panneaux de la maquette.

Afin d'afficher les déformées modales associées aux données mesurées, on définit un maillage correspondant aux points mesurés sur le modèle en éléments finis de la maquette comme le montre la Figure 4.12. Les déformées modales associées à la configuration avec du Smactane 50 sont présentées dans la Figure 4.13. On distingue bien les différents modes globaux et les modes locaux de panneaux supérieurs.

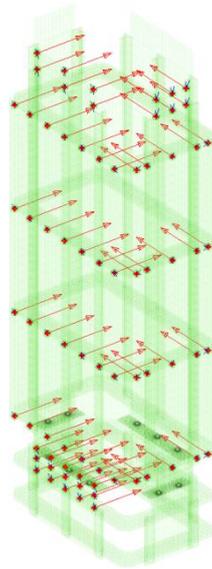


Figure 4.12 : Maillage des points d'excitations des essais (capteurs rouges) superposé sur le maillage du modèle numérique

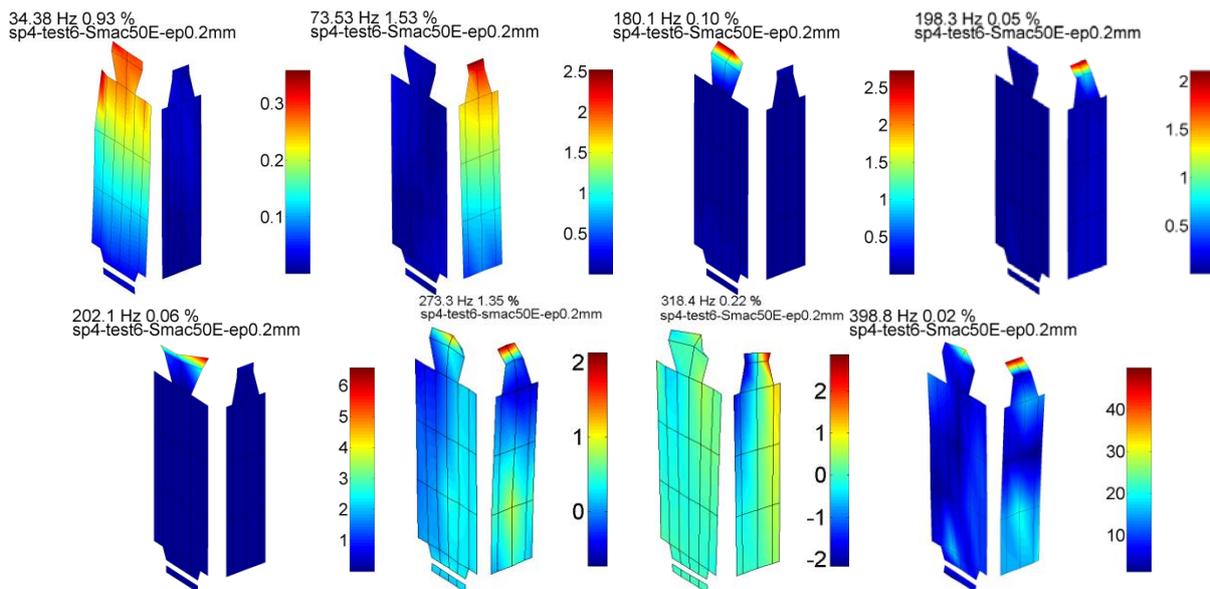


Figure 4.13 : Déformées modales mesurées dans la configuration avec du Smactane 50 et identifiées

## 4.4 Corrélation calcul/essai

Lors de la modélisation de la maquette dans le chapitre précédent, on a défini une surface de contact dans la jonction qui s'étend sur la totalité de l'interface. Cependant cette hypothèse n'est pas forcément réaliste. En effet, la géométrie réelle des assemblages mécaniques présente toujours des imperfections plus ou moins importantes qui peuvent impacter la zone de contact. On montre dans cette section l'influence de tels défauts sur notre maquette.

### 4.4.1 Prise en compte des défauts de forme

Lors du montage de la maquette après la fabrication des différents caissons et de la jonction EC, on s'est aperçu que la maquette présente des défauts de formes géométriques. Ces défauts se sont produits lors du pliage de certaines pièces et de l'assemblage global et a abouti à un montage forcé des différents composants. Ceci a engendré une certaine flexion dans les panneaux des caissons avec un angle d'inclinaison des équerres de  $0.1^\circ$ . Cet angle semblant être très faible, a induit une diminution de la surface de contact entre les équerres et le voile. En effet, en démontant les caissons pour changer de configuration, des zones de compression sont apparues sur les couches de matériau viscoélastique. Ce défaut de forme ne permet pas de maintenir les rondelles métalliques en place lors du serrage des boulons. Pour cela, tous les essais ont été réalisés sans les rondelles.

Les zones sombres dans la Figure 4.14b et les zones claires entassées de la Figure 4.14c représentent les zones de contacts réelles dans la maquette. Ces zones sont restées visibles après desserrage des boulons et le démontage de la liaison. Un faible pourcentage de la surface travaille réellement dans la liaison. La modélisation de ce contact partiel est présentée dans la Figure 4.15 (droite).

Ce type de défaut de forme est certes dû au processus de fabrication et montage de certaines pièces, mais un serrage trop fort peut aussi engendrer une limitation de la zone de contact. Ceci montre que les assemblages boulonnés sont sensibles à des niveaux très faibles de défauts de forme en termes de grandeur de zone de contact.

Une diminution de cette zone peut s'avérer très influente sur le taux d'amortissement. Une régression est donc attendue. Pour cela, une comparaison entre les données calculées avec une zone de contact totale et les données mesurées avec la surface réelle de contact est

nécessaire pour évaluer l'impact des défauts de forme. Ceci sera présenté dans la section suivante.

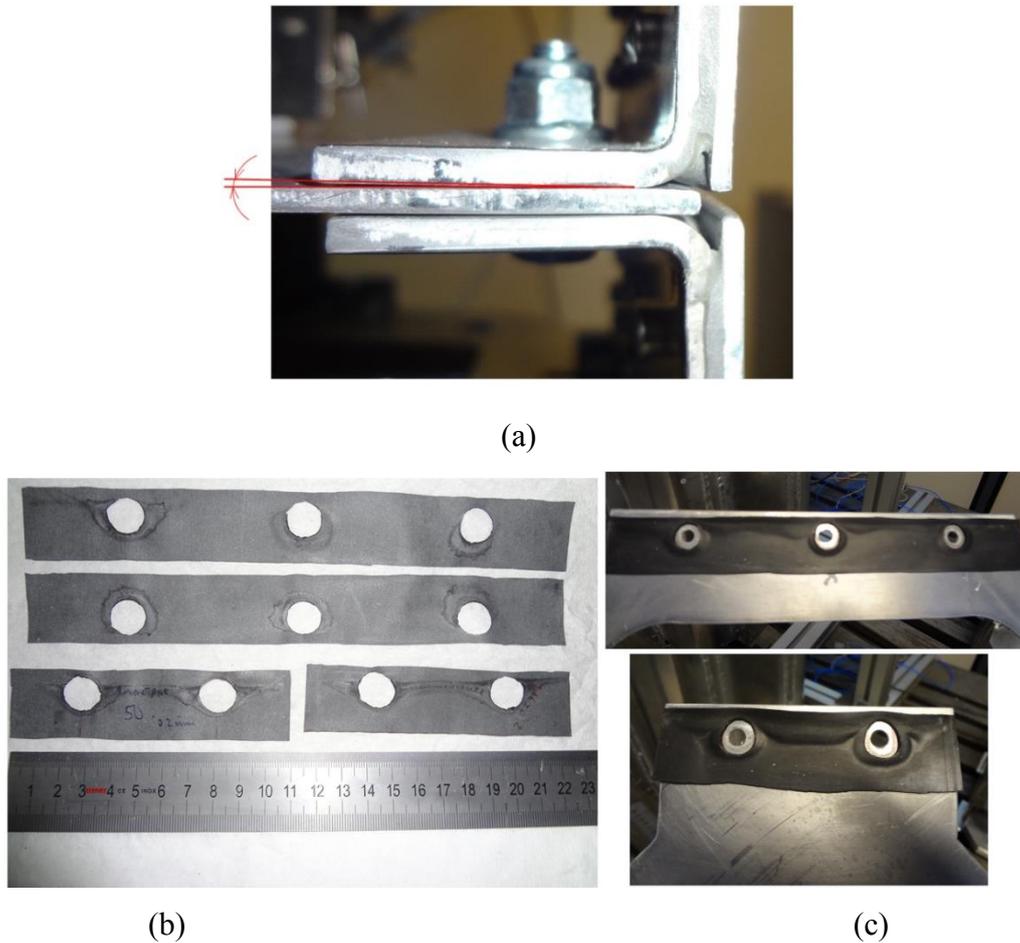


Figure 4.14 : Défauts de forme dans la maquette : (a) Inclinaison des équerres, (b) zones de contact dans le Smactane 50, (c) zones de contact dans le Smactane 70

Afin de s'approcher de la réalité du contact partiel dans le cas de notre maquette, une diminution de la zone de contact a été réalisée et est représentée par des liens rigides en rouge dans la Figure 4.15. Les paramètres d'ajustement étant la position et la largeur de la bande d'éléments où le contact existe. La version de modèle avec du contact partiel sera appelée V2 dans le reste du manuscrit. La version initiale, avec un contact étendu sur la totalité de l'interface de contact, sera appelée V0. En réglant les paramètres d'ajustement afin de s'approcher des fréquences propres des modes globaux mesurés, on a pu définir une zone de contact de largeur  $5\text{ mm}$  situé à  $10\text{ mm}$  du bord extérieur de la jonction.

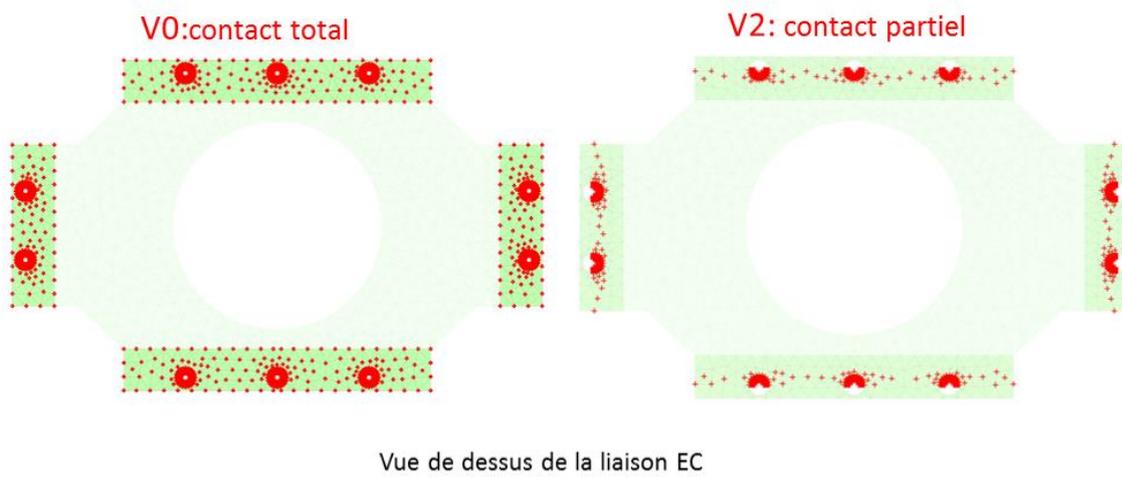


Figure 4.15 : Gauche : modélisation du contact total, droite : modélisation du contact partiel : version V2

#### 4.4.2 Corrélation calcul/essai

À partir des modes expérimentaux obtenus dans la section 4.3.3, on estime la validité des deux modèles de la section précédente par corrélation calcul/essai. La corrélation est effectuée en utilisant le MAC (Modal Assurance Criterion) [101]. Le MAC est le coefficient de corrélation entre deux vecteurs, le plus utilisé. Dans notre cas, il est donné par l'expression suivante :

$$MAC(U, V) = \frac{|{\{U\}}^t{\{V\}}|^2}{|{\{U\}}^t{\{U\}}||{\{V\}}^t{\{V\}}|} \quad (4.10)$$

Une corrélation parfaite entre deux vecteurs est équivalent à un MAC de 100%.

Dans une première estimation, la corrélation entre les résultats du calcul et ceux d'essais n'était pas très bonne à cause de certaines mesures non exploitables. Afin d'optimiser la qualité de la corrélation, un tri est effectué en fonction des capteurs dont les signaux représentent des mesures nettes pour des fonctions de transfert exploitables et seules les mesures sur ces dernières sont exploitées [102]. Les déformées modales associées sont présentées en Figure 4.16.

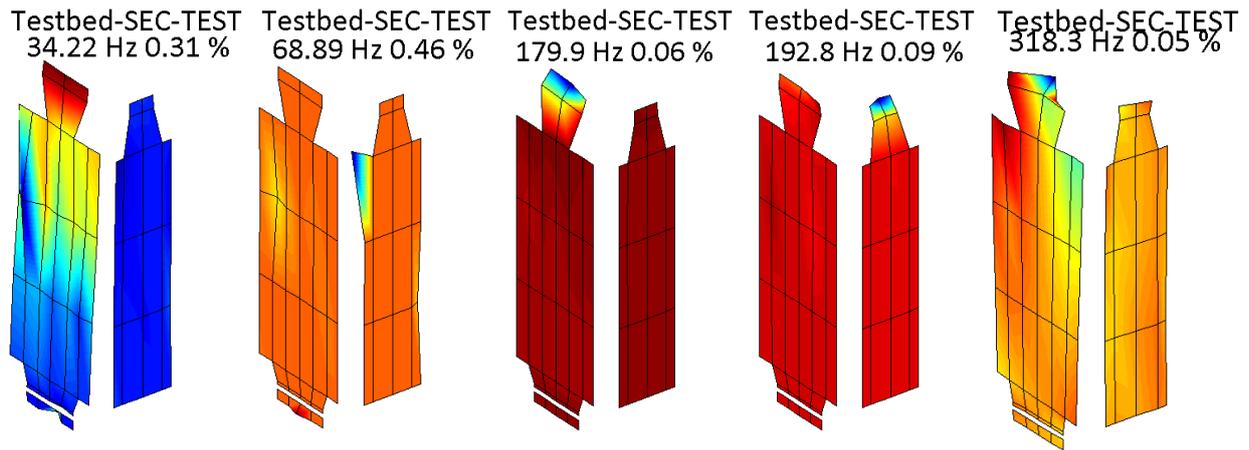


Figure 4.16 : Déformées modales identifiées de la configuration à sec. De droite à gauche : Flexion X, Flexion Y, mode local de panneaux supérieurs en flexion X, mode local de panneaux supérieurs en flexion Y et torsion.

Les deux versions du modèle V0 (contact total) et V2 (contact partiel), présentées en section 4.4.1, sont corrélées avec les mesures pour la configuration à sec en Figure 4.17 et la configuration avec Smactane 50 en Figure 4.18. Le Tableau 4.4 synthétise par ailleurs les résultats avec fréquence pour la configuration à sec. Tandis que le Tableau 4.5 synthétise les résultats pour le Smactane 50.

On remarque que les fréquences calculées, dans la version V0, sont trop élevées par rapport à celles mesurées et ceci pour les deux configurations à sec et avec du Smactane 50. Dans le cas de contact partiel (V2), les fréquences deviennent plus proches de celles mesurées. On remarque dans le cas de la configuration à sec, une augmentation d'environ 1% et 4% pour les deux premiers modes de flexion X et Y et de 27% et 23% pour la deuxième flexion 2X et la torsion respectivement. La modélisation du contact partiel a amélioré la prédiction des fréquences.

Mode	Essai- Sec	Calcul-Sec					
		V0			V2		
Label	$\omega$ [Hz]	$\omega$ [Hz]	Freq_Erreur [%]	MAC [%]	$\omega$ [Hz]	Freq_Erreur [%]	MAC [%]
Flexion X	34.2	51.0	49.1	97	32.5	-4.8	96
Flexion Y	68.9	130.9	89.9	42	67.7	-1.6	42
Panneau sup+ flexion X	179.9	262.8	46.0	90	183.7	2.1	92
Panneau sup+ flexion Y	192.7	280.8	45.7	93	184.0	-4.4	89
Panneau sup+ Torsion	202.8	296.7	46.3	90	205.9	1.5	95
Flexion 2X	268.4	393.1	46.4	57	365.0	36.0	49
Torsion	318.3	405.0	27.2	70	394.8	24.0	52
Panneau sup+ flexion	398.4	537.7	34.9	68	430.5	8.0	79

Tableau 4.4 : Résultats des essais et du calcul pour la configuration à sec

Mode	Essai- Smac50	Calcul-Smac50					
		V0			V2		
Label	$\omega$ [Hz]	$\omega$ [Hz]	Freq_Erreur [%]	MAC [%]	$\omega$ [Hz]	Erreur [%]	MAC [%]
Flexion X	34.4	35.7	3.7	80	31.5	-8.4	80
Flexion Y	73.5	77.9	5.9	98	64.7	-11.9	98
Panneau sup+ flexion X	180.1	262.3	45.6	95	183.6	1.9	93
Panneau sup+ flexion Y	192.4	280.3	45.7	97	184.0	-4.3	99
Panneau sup+ Torsion	202.1	297.4	47.1	89	205.9	1.8	94
Flexion 2X	273.3	377.8	38.2	79	348.2	27.4	54
Torsion	318.4	396.9	24.6	89	392.5	23.2	70
Panneau sup+ flexion	398.8	533.1	33.6	63	430.5	7.9	83

Tableau 4.5 : Résultats des essais et du calcul pour la configuration avec matériau viscoélastique

Le passage à la V2 améliore notablement les fréquences, mais la corrélation en forme est un peu détériorée pour les modes de flexion 2X et de torsion dans les deux configurations d'essai (de 79% et 89% en V0 à 54% et 70% en V2 pour la configuration à Smactane50).

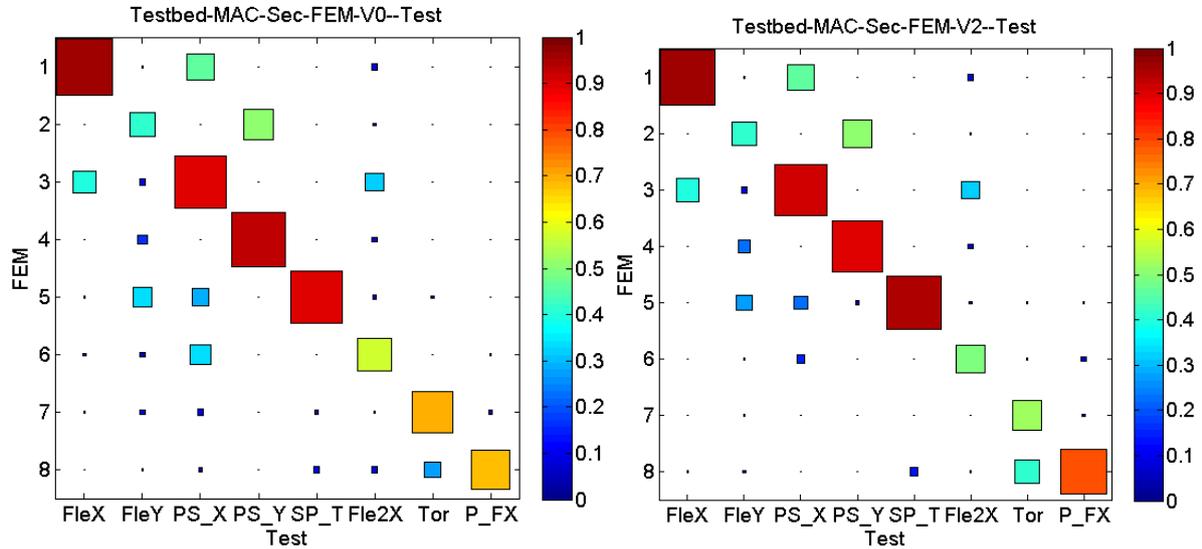


Figure 4.17 : MAC : corrélation calcul/essai du Sec, Gauche : V0, Droite : V2

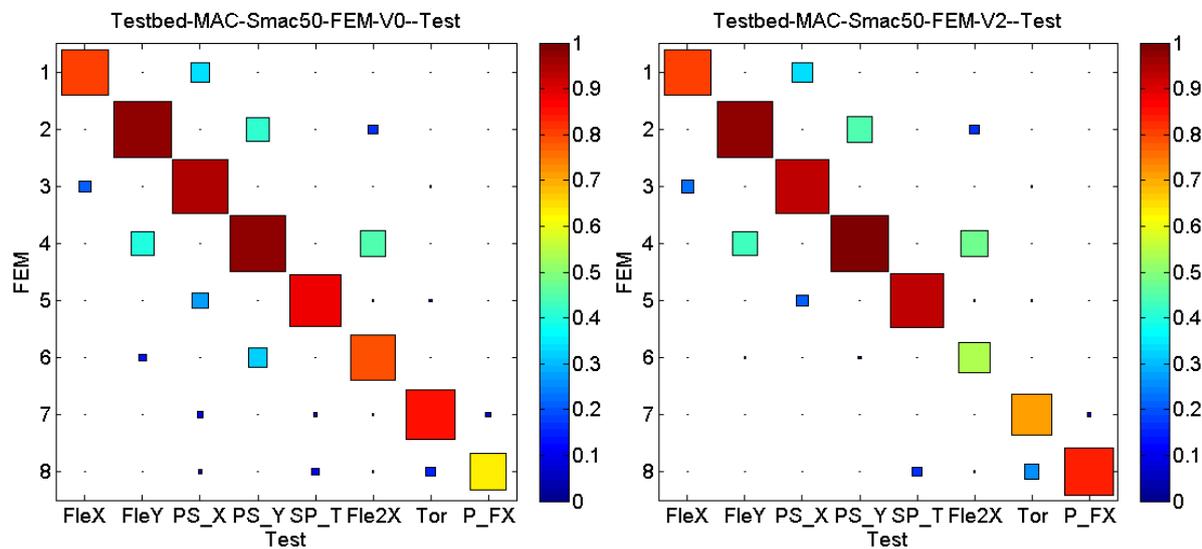


Figure 4.18 : MAC : corrélation calcul/essai du Smactane 50, Gauche : V0, Droite : V2

On remarque aussi que la corrélation du deuxième mode de flexion Y dans la configuration à sec n'est pas très bonne. Ceci peut s'expliquer par le fait que cette configuration a présenté beaucoup plus de non linéarité et de bruitage dans les signaux mesurés en plus l'accéléromètre est placé dans la direction orthogonale de l'excitation de ce

mode (Figure 4.3). La difficulté d'identification pour l'essai à sec semble par ailleurs conduire à une détérioration assez systématique de la corrélation.

Parmi les autres erreurs plausibles du modèle, on peut citer le besoin de raffiner encore la zone de contact, les autres erreurs sur la géométrie réelle (pliages, assemblages, points de soudure), le fait d'avoir des conditions aux limites imparfaites, ...

#### 4.4.3 Influence des défauts de forme sur le calcul de l'amortissement

Dans la mesure où l'influence du contact partiel est notable sur la corrélation, il convient de réévaluer les calculs de conception présentés en section 3.4.2. Comme pour la Figure 3.19, on présente en Figure 4.19 les amortissements pour un module d'Young entre [7.2MPa 10GPa] et un taux de perte  $\eta = 1$ . Pour une valeur optimale de module d'Young, l'amortissement a diminué de plus de 5% à moins de 0.6% pour le premier mode propre et de plus de 6% à moins de 1.3% pour le deuxième mode. Cette diminution est observée pour tous les autres modes globaux et locaux.

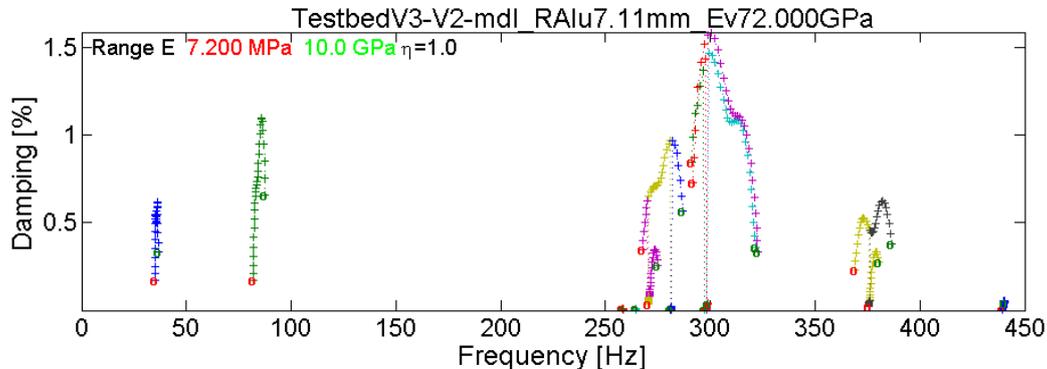


Figure 4.19 : Évolution du taux d'amortissement modal et des fréquences modales en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique avec du contact partiel aux interfaces de contact

Une explication simple est que la diminution de la surface viscoélastique conduit à une perte de raideur potentielle et donc limite la fraction d'énergie pouvant être présente dans la couche viscoélastique. Il paraît donc justifié que les essais donnent des amortissements plus faibles que ceux prédits initialement. A plus long terme, le concept de liaison amortie devra donc être réanalysé en tenant compte des procédures de montage et des défauts de géométries qui sont forcément attendus.





---

## **Chapitre 5. Méta-modèles de liaisons**

---

## 5.1 Introduction

Dans les structures réelles, comme le SYLDA (Figure 5.1), les liaisons sont nombreuses avec souvent plusieurs centaines de boulons pour un étage de liaison. Les modèles détaillés localement nécessitent généralement plusieurs dizaines de milliers de DDL. Leur intégration dans une structure globale est une problématique de sous-structuration qui peut être abordée avec des stratégies adaptées [103], [104], mais de tels développements ne sont que très peu répandus.

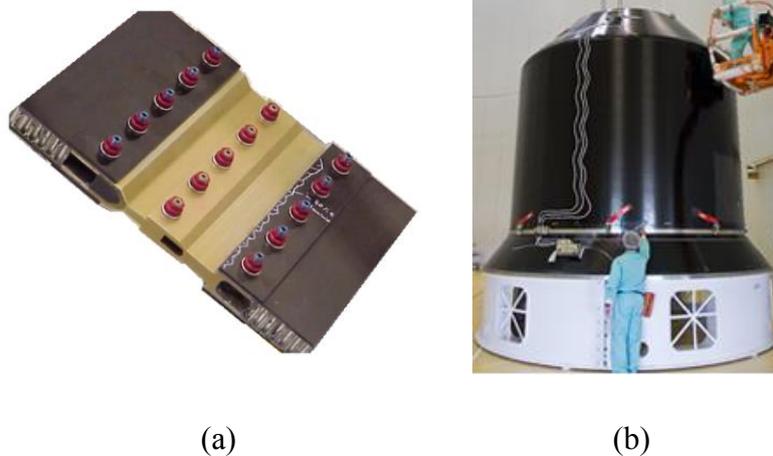


Figure 5.1 : a) Jonction SSS avec peaux raidis [13], b) vue d'ensemble du SYLDA5 [105]

L'approche classique consiste plutôt à simplifier la liaison. La Figure 5.2 reprend la classification proposée en [106]. Pour une jonction entre deux structures de type peau raidie avec conformité géométrique générale entre deux éléments en vis à vis.

Un niveau 0 de modélisation considère une liaison parfaite où les nœuds de jonction coïncidents sont fusionnés. Dans un niveau 1 de modélisation, les nœuds des éléments sont coïncidents mais distincts et on introduit une raideur axiale ( $K_x$ ). On peut ensuite raffiner un niveau 2 avec des raideurs suivant trois axes de l'espace ( $K_x, K_y, K_z$ ) ou des rhéologies plus complexes. Un niveau 3 est défini en modélisant l'interface par l'ensemble d'éléments de plaques où les nœuds sont aussi coïncidents mais distincts et d'élément poutre qui lie les deux interfaces et permet d'introduire la tension de la liaison. Ces niveaux de découpage sont assez similaires à ceux trouvés pour les modélisations de point de soudure [107].

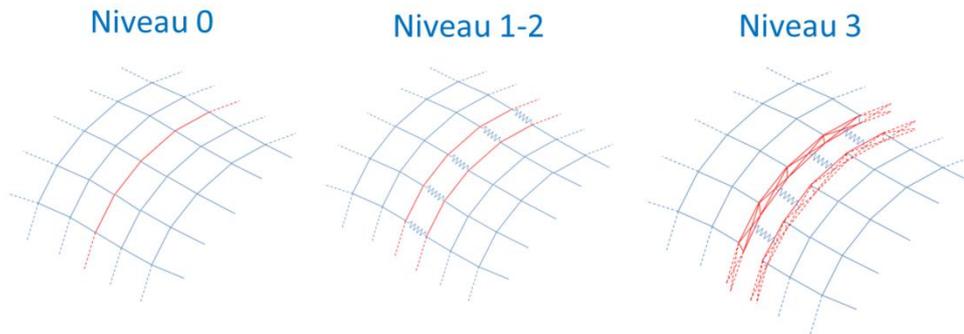


Figure 5.2 : Niveaux de modélisation de jonctions boulonnées [106]

Dans le cadre du projet MAIAS, des travaux ont été menés par le partenaire EADS [106] sur la maquette (Figure 5.3) cherchant à identifier des paramètres pour ces niveaux de modélisation. Le modèle de maquette a été simplifié dans un premier temps pour avoir à manipuler une dynamique plus simple. Cette simplification a supprimé les équerres et fusionné les nœuds du voile avec les nœuds d'une des deux peaux (du caisson long ou du caisson court). Le voile doit être gardé afin de ne pas assouplir la jonction dans notre cas. L'identification des raideurs équivalentes pour le grand et le petit côté consiste à réaliser un calcul statique sur la géométrie complète de la jonction correspondante. La raideur équivalente est définie en divisant la force imposée par le déplacement calculé. Le calcul de modes propres avec les jonctions simplifiés a montré une très bonne corrélation de MAC en général avec le modèle initial de la maquette (Figure 5.3) concernant les modes propres globaux.

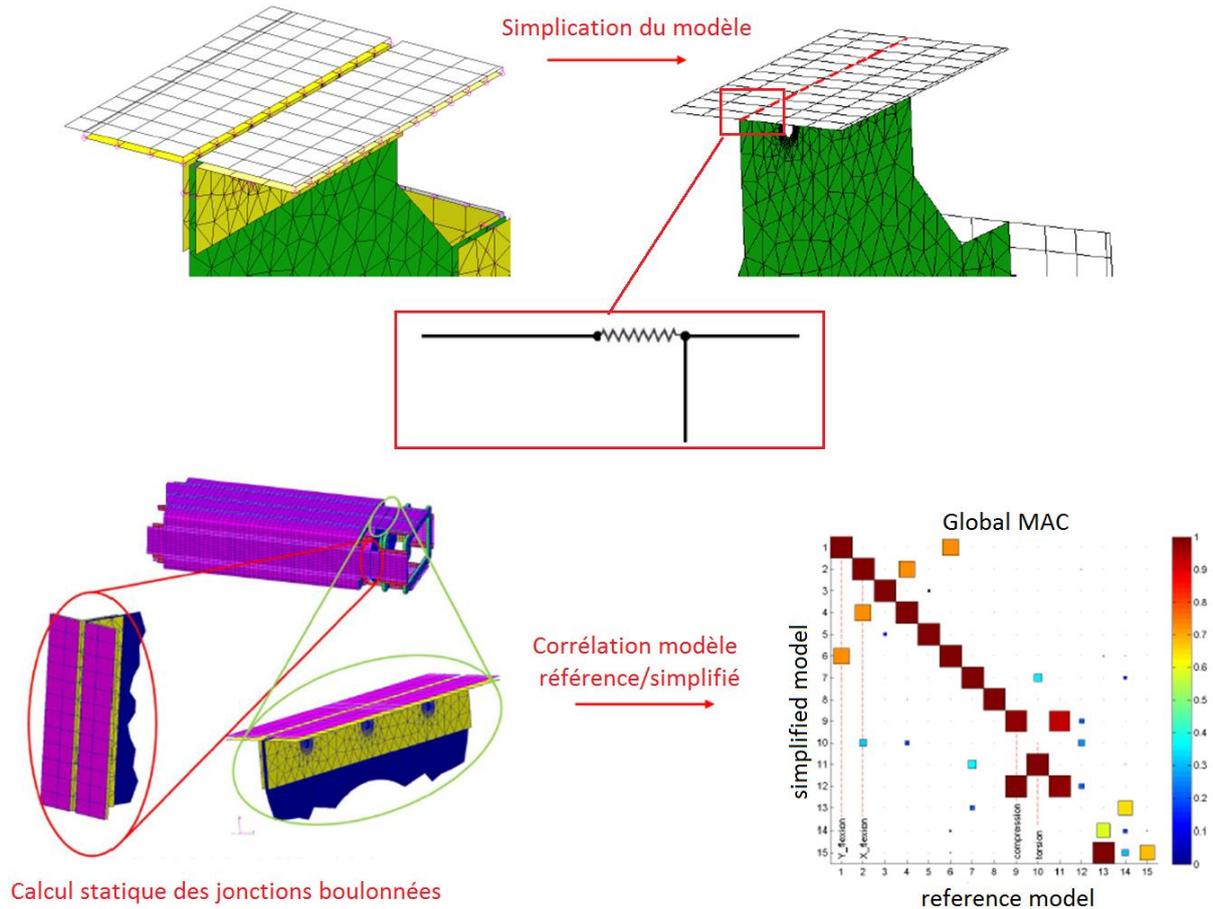


Figure 5.3 : Corrélation méta-modèle équivalent/modèle de la maquette [106]

Cette approche a prouvé son efficacité à reproduire les fréquences de résonance des systèmes et elle est souvent utilisée pour les structures mécaniques de grande taille, pour lesquelles il est difficilement envisageable de mailler toute la géométrie avec ses complexités et particulièrement lorsqu'il s'agit d'un calcul dynamique. La capacité de ce type de modèle à prédire la dissipation n'est pas établie. Les limitations claires sont la perte de relation entre la géométrie des liaisons et les ressorts équivalents, la difficulté de choix pertinents pour des liaisons travaillant sous des chargements combinés, la difficulté de généraliser l'approche pour des structures amorties.

Pour l'estimation des amortissements, l'approche la plus commune est la généralisation de la notion de taux de perte en suivant la stratégie MSE (section 2.2.5) Cependant, il est bien connu qu'en non-linéaire le principe de superposition modale ne s'applique pas [109]. Une prédiction d'amortissement valide pour des modes individuels peut donc ne pas être précise pour un chargement plus complexe. Ce phénomène est par exemple

illustré dans [25]. Ceci est une motivation habituelle pour l'introduction de méta-modèle de liaison.

Dans les chapitres précédents, on a utilisé des modèles de liaisons (section 3.4), reproduisant le détail géométrique et les lois de comportement viscoélastiques, et montré que ces modèles permettaient de prédire le comportement amorti. Pour le frottement, de nombreux auteurs [6], [9], [13]–[15] ont de manière similaire montré qu'il était possible de reproduire les dépendances à l'amplitude et au serrage par des modèles physiques détaillés.

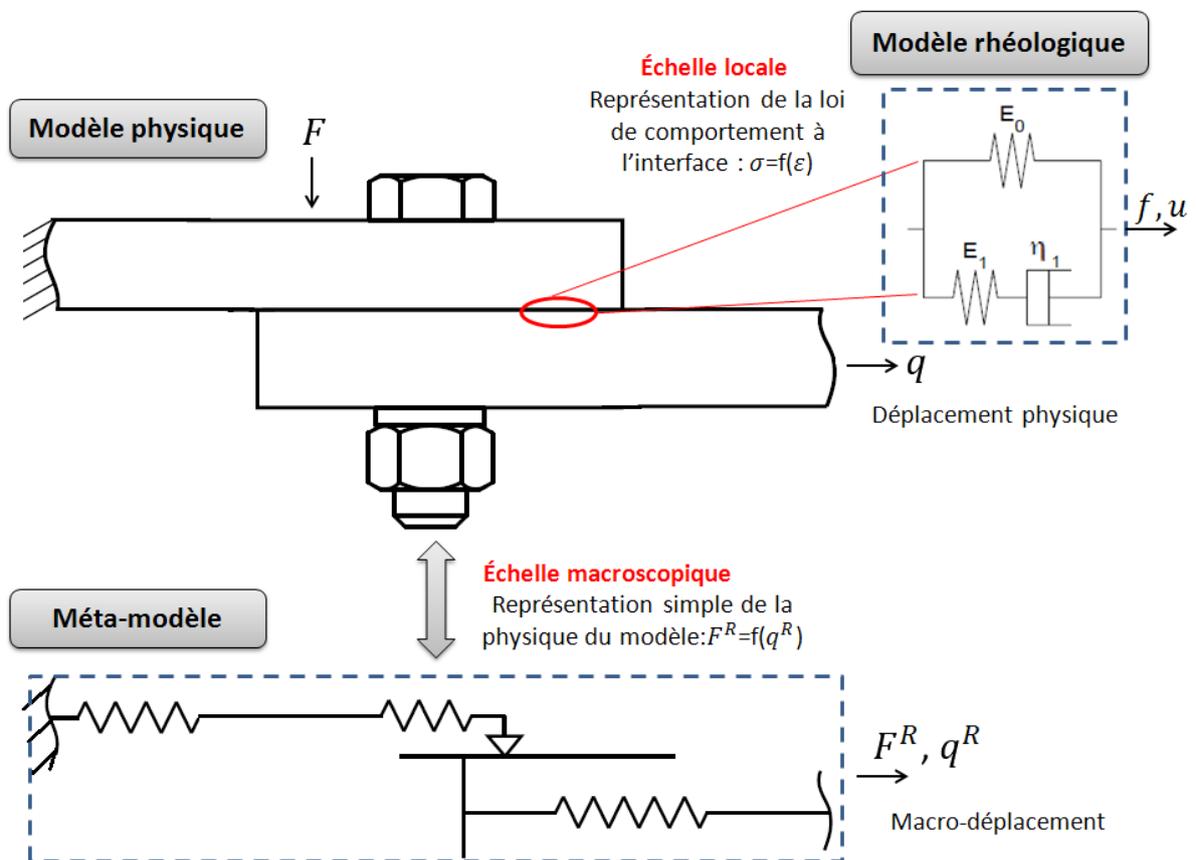


Figure 5.4 : Echelles locales et échelle macroscopique dans la représentation d'une liaison

Comme illustré en Figure 5.4, on peut, dans la représentation du comportement d'une liaison, considérer deux échelles de représentation. L'échelle locale considère une description détaillée de la géométrie de l'interface avec des modèles de solides déformables au comportement élastique non-dissipatif reliés entre eux au niveau d'interfaces viscoélastiques ou frottantes. Le comportement local de l'interface est alors décrit par une rhéologie décrivant

la relation entre état des solides et efforts engendrés à l'interface. L'échelle macroscopique décrit les mouvements sous forme de macro-déplacements (traction, flexion, ...) et d'efforts associés. On parlera alors ici de méta-modèles.

La représentation des efforts de liaison de façon macroscopique (méta-modèle) a été étudiée par de nombreux auteurs pour la modélisation réduite des non-linéarités localisées [26]–[28]. Gaul [10] distingue des modèles de friction statique et dynamique (Dahl [55], Lugre [56] et Valanis [57]...). Les travaux de [6] dans le cadre du projet MAIAS reprennent ces éléments pour la construction des méta-modèles.

Les représentations de méta-modèles sous formes d'assemblages de ressorts, frotteurs, amortisseurs... sont souvent identiques aux représentations schématiques de rhéologies locales. Par contre un frottement de Coulomb local, pourra par changement d'échelle associé à des surfaces de contact et des variations de pression, générer des comportements macroscopiques qui ne peuvent être représentés par une loi aussi simple. Il est donc attendu qu'un méta-modèle doive utiliser une rhéologie plus complexe qu'une loi locale.

Pour le passage d'une loi locale à un méta-modèle, les deux étapes nécessaires sont la définition des macro-déplacements utilisés comme variables d'état du méta-modèle et la construction d'une loi reliant macro-déplacements et efforts associés.

Dans la plupart des travaux de recherche portant sur l'étude des liaisons boulonnées, on considère des assemblages simples de poutres assemblées par quelques boulons. Cet exemple académique est certes pertinent pour prouver les différentes théories développées, mais le passage vers l'application des structures réelles plutôt complexes, présente un vrai défi.

Ce chapitre propose donc une stratégie de construction d'un méta-modèle de liaison boulonnée et étudie la capacité d'étendre son application à des structures mécaniques plus réalistes représentant **plusieurs non linéarités locales** de liaisons identiques comme c'est courant pour les applications aéronautiques.

L'étude des interfaces de contact dans les liaisons boulonnées implique la représentation physique des mécanismes générant la dissipation. Comme décrit dans le deuxième chapitre (section 2.4.2), la réduction du modèle peut s'avérer être un outil essentiel

pour rendre abordables les études de conception. Les méthodes actuelles de réduction de modèle permettent le calcul des modèles avec des parties non linéaires détaillées accessibles mais trop coûteux, bien qu'elles permettent la génération d'un modèle de petite taille concernant la partie linéaire. L'introduction de méta-modèles décrivant le comportement des non linéarités localisés dans les liaisons boulonnées présente ainsi un grand intérêt.

Après introduction d'un premier exemple en section 5.2 pour illustrer les définitions de liaison, la section 5.3 propose une procédure de définition de macro-déplacement en introduisant un problème aux valeurs propres permettant le calcul de déplacements principaux de liaison, puis de méta-efforts associés. Plusieurs niveaux de raffinement sont considérés pour la représentation des efforts de liaison. L'exploitation des cas non-linéaires étant difficile, on s'est ici focalisé sur la capacité des méta-modèles à reproduire l'évolution des amortissements pour un comportement viscoélastique paramétré en module. La section 5.4 analyse la validité des méta-modèles proposés.

Dans les utilisations réelles, on cherche à utiliser des assemblages comprenant un nombre significatif de liaisons répétées. La capacité d'intégrer un méta-modèle dans de telles configurations est abordée en section 5.5.

## **5.2 Premier exemple : cas simplifié à deux liaisons**

En adoptant une approche de modélisation des jonctions, par l'ensemble de huit ressorts linéaires et deux modèles de liaison détaillées au départ et que l'on cherche à approcher par des méta-modèles, on présente dans cette section un modèle (Figure 5.5) représentant une version simplifiée de la maquette du projet. Ce modèle permettra dans une étape suivante de construire un support d'étude pour les assemblages mécaniques mis en question dans ce chapitre.

Ce modèle présente un cas simple de structure multi-boulonnée soumise à plusieurs types de sollicitations et permettant d'étudier la dissipation distribuée aux interfaces de contact.

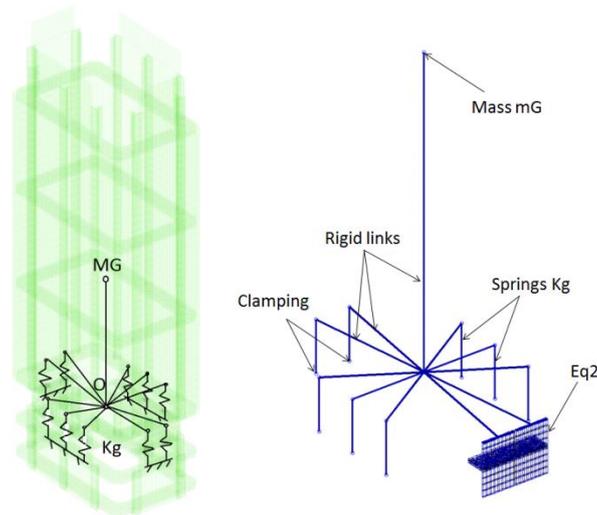


Figure 5.5 : Modèle équivalent de la maquette

Le caisson long est modélisé par une masse  $mG$  située en son centre de gravité calculé avec le modèle complet. Cette masse est attachée à l'extrémité d'un lien rigide la reliant au centre du repère global  $O(0,0,0)$ . Huit liaisons boulonnées parmi les dix qui existaient sont remplacées par des ressorts linéaires identiques dont la raideur est ajustée pour correspondre à la dynamique de la maquette. Les sommets des ressorts sont tous liés au point  $O$  par des liens rigides et les extrémités inférieures sont encastrées (Base). Deux liaisons du petit côté du modèle sont remplacés par des modèles d'équerres boulonnées montrés en Figure 5.6. Ces équerres sont connectées entre elles par des éléments finis volumiques extrudés d'un côté d'une équerre (notés Extra dans la Figure 5.6) permettant de vérifier la condition implicite dans (1.3) que les DDL de chaque zone non-linéaire soient distincts. Ces modèles sont encastrés au niveau des deux surfaces libres des plaques inférieures pliées à  $90^\circ$  (Base). Pour relier le haut des équerres au mouvement rigide du grand caisson, un nœud de référence et une couronne de liens rigides sont utilisés.

Ce modèle permet de mettre en évidence les efforts aux interfaces de contact des deux liaisons boulonnées identiques sans s'occuper pour le moment de la partie linéaire, qui est passée de quelques centaines de milliers de DDL dans le modèle de la maquette à deux dizaines de DDL ici.

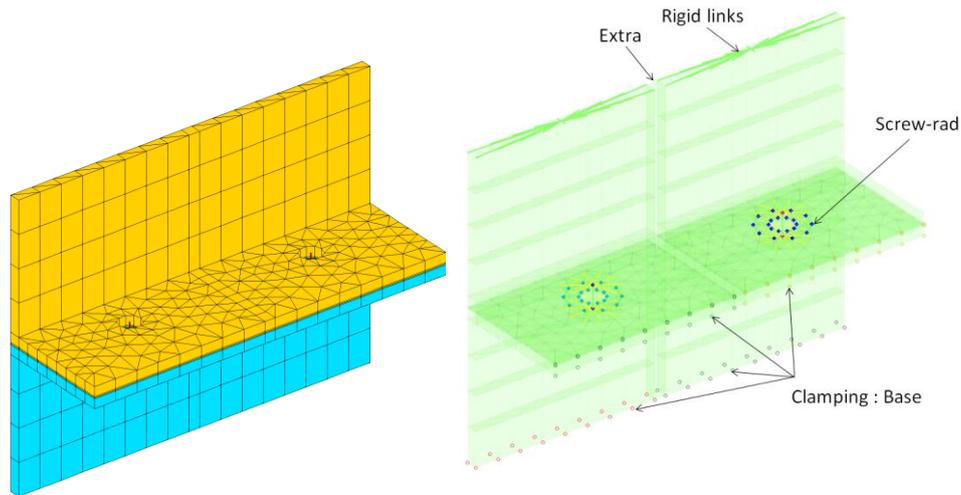


Figure 5.6 : Modèles d'équerres utilisés dans le modèle équivalent de la maquette

On s'intéresse à la dissipation générée par les modes globaux de la structure. Ces modes sont la flexion suivant X, la flexion suivant Y, la torsion et la deuxième flexion suivant Y présentés dans la Figure 5.7. Les déformations principales vues dans les liaisons sont essentiellement l'ouverture et la fermeture des équerres ainsi que la rotation relative des équerres dans le cas de la flexion suivant X.

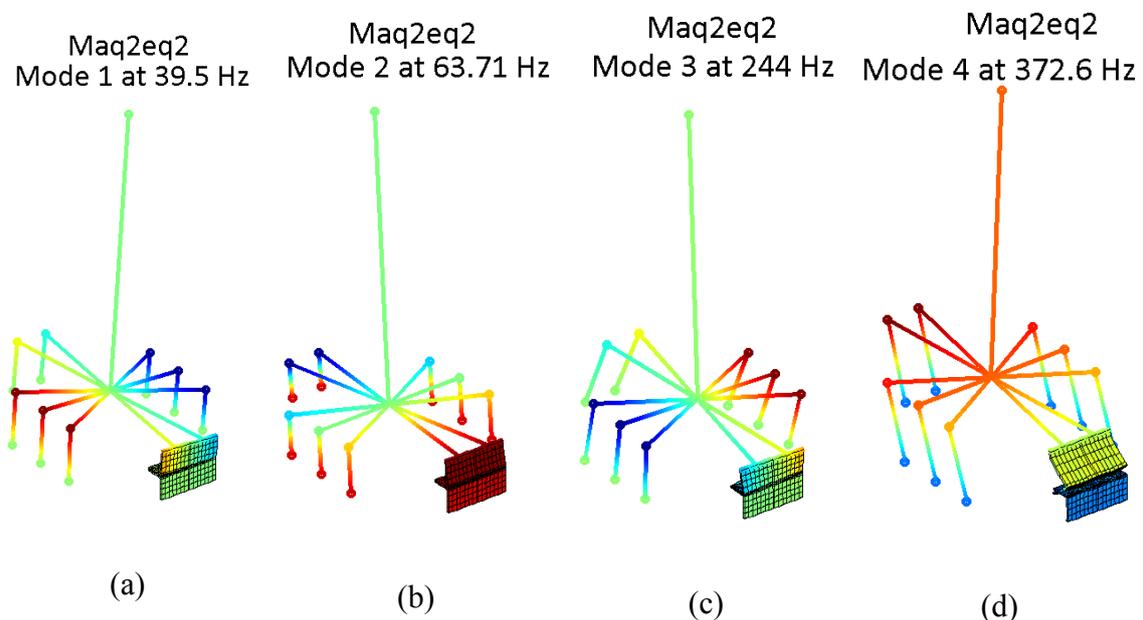


Figure 5.7 : Modes globaux du modèle équivalent de la maquette. a) première flexion suivant X, b) première flexion suivant Y, c) torsion, d) deuxième flexion suivant Y

On présentera dans la section 5.5, un autre support d'étude basé sur les structures cylindriques multi-jonctions types des constructions aéronautiques pour l'étude des cas plus réalistes.

### 5.3 Méta-modèles de liaisons boulonnées types répétées

#### 5.3.1 Non-linéarités locales et modèles de liaison

La Figure 5.8 présente un schéma générique de la contribution présentée dans ce chapitre. Un modèle physique global est décomposé en une partie linéaire fixe et des jonctions amorties, associées à des modèles non-linéaires pour le contact frottement ou paramétrés pour l'amortissement viscoélastique, pour lesquelles on cherche à construire des méta-modèles.

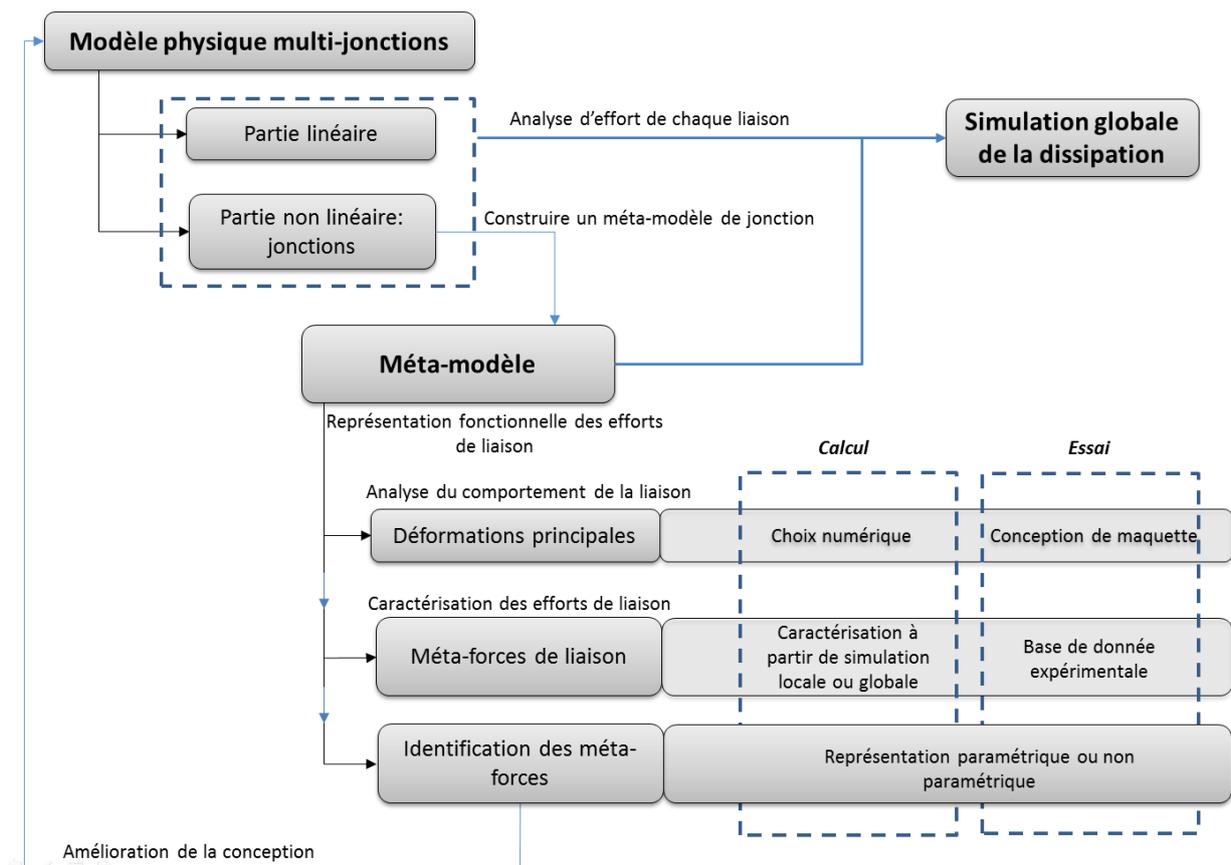


Figure 5.8 : Schéma fonctionnel de la contribution de ce chapitre

La stratégie de construction de méta-modèle utilisée ici est dérivée des idées développées en [25]. La première originalité est d'utiliser un **méta-modèle associé à une liaison** plutôt qu'aux modes et dans notre cas, d'utiliser le même méta-modèle pour plusieurs liaisons identiques. L'objectif d'un méta-modèle est de construire une représentation fonctionnelle des efforts de liaison. La première étape est donc de construire une description des déformations de liaison au travers de déformées principales. On cherche ensuite à justifier la possibilité de construire un méta-modèle caractérisant la relation entre les efforts présents dans la liaison et ces déformées principales.

L'objectif est ensuite d'analyser la capacité d'utiliser des méta-modèles à partir de liaisons élémentaires pour des prédictions sur un système multi-jonctions. On considère donc, comme illustrée dans la Figure 5.9, une structure présentant  $L$  liaisons identiques, soumise à un effort dynamique extérieur.

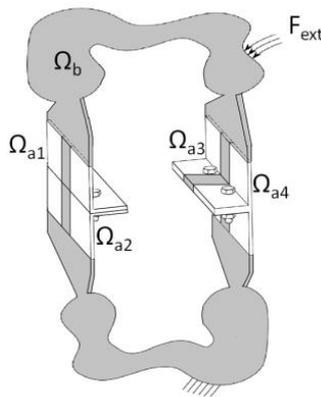


Figure 5.9 : Modèle multi-jonctions subdivisé en parties linéaires et non linéaires

L'équation de mouvement de cette structure s'écrit sous la forme :

$$[M]_{N \times N} \{\ddot{q}(t)\}_{N \times 1} + [K^e]_{N \times N} \{q(t)\}_{N \times 1} - \{F^{nl}(q(t), t, p)\}_{N \times 1} = \{F^{ext}(t)\}_{N \times 1} \quad (5.1)$$

où  $M$  et  $K^e$  sont les matrices de masse et de rigidité élastique respectivement et  $q$  représente le vecteur des  $N$  degrés de liberté du modèle.  $F^{ext}$  est le vecteur des forces extérieures appliquées à la structure.  $F^{nl}$  représente le vecteur des forces de jonction.

Bien que la réflexion puisse se généraliser aux efforts de contact frottement, on ne détaillera les variantes possibles de la procédure de construction du méta-modèle que pour  $F^{nl}$  représentant les efforts associées à un matériau viscoélastique présent aux interfaces des

liaisons et dont les propriétés dépendent de la fréquence et de la température. On peut donc décrire le modèle dans le domaine fréquentiel pour traiter l'étude paramétrique dédiée à l'étude de conception et représenter les efforts non linéaires sous la forme :

$$\{F^{nl}(q(s), p)\}_{N \times 1} = [K^v(p)]_{N \times N} \{q(s)\}_{N \times 1} \quad (5.2)$$

avec,  $K^v$  la matrice de rigidité viscoélastique.

Dans un premier temps, on subdivise notre structure en deux parties : une partie linéaire  $\Omega b$  et une partie non linéaire  $\Omega a$  (Figure 5.9). Cette dernière partie rassemble les liaisons  $\Omega a_i_{i=1:L}$  (décrites par  $Na$  DDL chacune), tandis que  $\Omega b$  (décrite par  $Nb$  DDL) comporte tout le reste de la structure. En pratique, la zone  $\Omega a_i_{i=1:L}$  devrait comporter les degrés de liberté non-linéaires de l'interface de contact, plus un certain nombre dont le choix reste une question ouverte. Par définition la zone  $\Omega b$  contient les DDL complémentaires.

On cherche à construire un méta-modèle pour chaque domaine  $\Omega a_i_{i=1:L}$ . Partant de l'hypothèse que la géométrie des liaisons est identique, on cherche plus précisément à réutiliser un seul méta-modèle pour l'ensemble des liaisons. La première étape de construction de ce méta-modèle est la **construction d'un sous espace vectoriel  $V$  de dimension restreinte  $NM$  représentant les macro-déplacements de la liaison**. La Figure 5.10 illustre un cas particulier de tels déplacements dont le calcul sera explicité en section 5.4. **Les mouvements de la partie non linéaire dans la structure sont définis par ses déformations principales [25].**

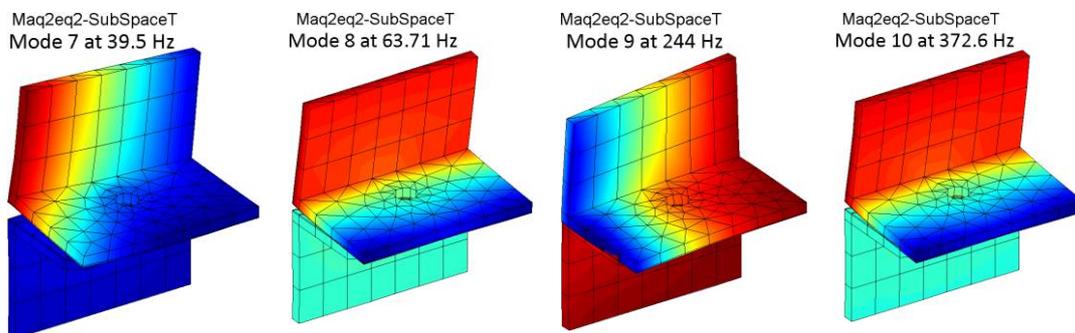


Figure 5.10 : Déformations principales du modèle équivalent de la maquette

Ayant défini les macro-déplacements de liaison, on réalise un changement de variables de description du mouvement en décrivant le vecteur de degrés de libertés de la structure (de dimension  $N = L \times Na + Nb, 1$ ) sous forme d'une combinaison linéaire

$$\{q\}_{N \times 1} = \begin{Bmatrix} q_{a1} \\ \vdots \\ q_{aL} \\ q_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [V]_{Na \times NM} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [V]_{Na \times NM} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [T_b]_{Nb \times M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{a1}^R \\ \vdots \\ q_{aL}^R \\ q_b^R \end{Bmatrix} = [T_R]_{N \times n} \{q_R\}_{Nr \times 1} \quad (5.3)$$

où  $q_R$  le vecteur des déplacements généralisés de dimension ( $Nr = L \times NM + M, 1$ ). Le modèle est réduit si  $NM \ll Na$  et  $M \ll Nb$ . La réduction possible de la partie linéaire  $\Omega b$  est décrite par la matrice  $T_b$  dont la construction sera abordée en section 5.5.3, car on se focalise pour l'instant à la description des liaisons. La taille du modèle réduit augmente clairement avec le nombre de liaisons, mais reste assez faible par rapport aux dimensions initiales du modèle non réduit.

En utilisant les degrés de liberté généralisés, le modèle (5.1) s'écrit désormais

$$[S^2[M_R] + [K_R^e]]\{q_R\} + [T_R]^t \{F^{nl}(q(s), p)\} = [T_R]^t \{F^{ext}\} \quad (5.4)$$

avec,

$$[M_R] = [T_R]^t [M] [T_R] = \begin{bmatrix} V^t M_{a1} V & \dots & V^t M_{a1aL} V & V^t M_{a1b} T_b \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ V^t M_{aLa1} V & \dots & V^t M_{aL} V & V^t M_{aLb} T_b \\ T_b^t M_{ba1} V & \dots & T_b^t M_{baL} V & T_b^t M_b T_b \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

et,

$$[K_R] = [T_R]^t [K^e] [T_R] = \begin{bmatrix} V^t K_{a1}^e V & \dots & V^t K_{a1aL}^e V & V^t K_{a1b}^e T_b \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ V^t K_{aLa1}^e V & \dots & V^t K_{aL}^e V & V^t K_{aLb}^e T_b \\ T_b^t K_{ba1}^e V & \dots & T_b^t K_{baL}^e V & T_b^t K_b^e T_b \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Un méta-modèle, devant représenter l'intégralité des efforts de liaison, ne doit dépendre que de l'état de la liaison. On suppose donc pouvoir choisir les degrés de liberté de chaque liaison de façon à ce que cette propriété soit vérifiée. En supposant que les efforts de liaisons sont des raideurs paramétrées par  $p$ , on suppose donc une raideur dynamique de la forme

$$[Z(s, p)] = \begin{bmatrix} Z_{a1}(s, p) & \dots & Z_{a1aL}(s) & Z_{a1b}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Z_{aLa1}(s) & \dots & Z_{aL}(s, p) & Z_{aLb}(s) \\ Z_{ba1}(s) & \dots & Z_{baL}(s) & Z_b(s) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Pour obtenir une rigidité dynamique de la partie linéaire et des rigidités de couplage avec les liaisons ne faisant pas intervenir d'efforts de liaison, c'est à dire  $Z_b(s)$  et  $Z_{aib}(s)|_{i=1:L}$  ne dépendant pas de  $p$ , il suffit de sélectionner les DDL de  $\Omega b$  de façon à ce qu'ils n'interviennent pas dans le calcul des efforts de liaisons dans la formulation (5.1) du modèle complet. Pour les couplages entre liaisons  $Z_{aiaj}(s)|_{i \neq j}$ , le fait d'ignorer les efforts de liaison, est une approximation. Dans la zone « extra » dans la Figure 5.6 par exemple, la couche viscoélastique n'est pas interrompue et on devrait considérer une dépendance à  $p$ . Il est cependant toujours possible d'ajuster le maillage de façon à limiter le niveau des efforts ainsi négligés.

Le travail de construction d'un méta-modèle consiste donc dans un premier temps à choisir le sous-espace  $V$  de construction des macro-déplacements, numériquement pour les phases de simulation ou expérimentalement pour la construction de banc d'essais de caractérisation de liaisons. Puis à générer une approximation de la relation entre les amplitudes de ces macro-déplacements et les efforts de liaison. Si les variations des efforts de liaison peuvent être représentées par des dépendances à un faible nombre de macro-déplacements, on pourra parler d'efforts principaux. La construction de  $V$  est détaillée en section 5.3.2, les approximations des méta-efforts en section 5.3.3.

### 5.3.2 Sous espace $V$ de déformations principales de liaison

On propose dans cette section une stratégie générale de construction du sous espace  $V$  permettant de définir les macro-déplacements de liaison par construction de déformations principales. Dans le modèle exact de la zone  $\Omega ai$ , les efforts correspondent à des contributions d'inertie, de raideur élastique, et d'effort de liaison

$$\{F_{ai}\} = [s^2[M_{ai}] + [K_{ai}^e] + [K_{ai}^v(p)]]\{q_{ai}\} = [Z_{ai}(s, p)]\{q_{ai}\} \quad (5.8)$$

avec,  $M_{ai}$  la matrice masse,  $K_{ai}^e$  la matrice de rigidité élastique et  $K_{ai}^v(p)$  la matrice de rigidité viscoélastique. En posant le changement d'état (5.3), la représentation exacte des efforts dans la liaison  $\Omega ai$  peut être exprimée en fonction des DDL généralisés  $\{q_{ai}^R\}$  sous la forme

$$\{F_{ai}^R\} = [V]^t \{F_{ai}\} = [V]^t [s^2 [M_{ai}] + [K_{ai}^e] + [K_{ai}^v(p)]] [V] \{q_{Rai}\} \quad (5.9)$$

Comme proposé dans [25], il est souhaitable que chaque  $j^{\text{ème}}$  composante du macro-effort ne dépende que de la  $j^{\text{ème}}$  composante de l'amplitude  $\{q_{ai}^R\}$  de la déformation principale  $\{V_j\}$ . Pour obtenir ce résultat, on définit un état de référence

$$[K_{ai}^{ref}] = [K_{ai}^e] + [K_{ai}^v(p_0)] \quad (5.10)$$

associé à la liaison  $\Omega ai$  en combinant la matrice de rigidité élastique et la matrice de rigidité viscoélastique pour un état de référence défini par le paramètre  $p_0$ . Dans le cas du contact et frottement non linéaires, on considèrerait la matrice jacobienne du système linéarisée autour d'un état donné ( $[K_{ai}^{ref}] = [K_{ai}^e] + [K_{ai}^J]$ , avec  $K_{ai}^J$  la matrice jacobienne).

Ensuite, on construit le sous espace  $V$  comme espace engendré par les vecteurs propres du problème aux valeurs propres :

$$\left[ -[M_{ai}] \omega_{|V_j}^2 + [K_{ai}^{ref}] \right] \{V_j\} = \{0\} \quad (5.11)$$

Les vecteurs propres retenus vérifient deux conditions d'orthogonalité en masse et en raideur :

$$[V]^t [K_{ai}^{ref}] [V] = \begin{bmatrix} \cdot & \omega_{|V_j}^2 & \cdot \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$[V]^t [M_{ai}] [V] = [I] \quad (5.13)$$

En introduisant les relations d'orthogonalité (5.12) et (5.13), dans le modèle (5.9), le vecteur des efforts associés à la zone  $\Omega ai$  peut être exprimé comme :

$$\{F_{ai}^R\} = \begin{bmatrix} \cdot & s^2 & \cdot \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot & \omega_{|V_j}^2 & \cdot \end{bmatrix} + [V]^t [K_{ai}^v(p) - K_{ai}^v(p_0)] [V] \{q_{ai}^R\} \quad (5.14)$$

où il apparait clairement que les macro-forces sont découplées pour la configuration nominale  $p = p_0$ . La construction proposée vérifie donc automatiquement l'hypothèse de découplage proposée en [25], mais en un seul point de conception.

L'estimation des amplitudes généralisées à partir d'un champ de déplacement général est souvent utile. À partir de la relation (5.13), l'inversion du sous espace  $V$  peut s'écrire sous la forme :

$$[V]^{-1} = [V]^t [M_{ai}] \quad (5.15)$$

Le vecteur des DDL physiques  $q_{ai}$  associés à la zone  $\Omega_{ai}$ , est déterminé à partir du changement d'état (5.3) dont on peut extraire la relation :

$$\{q_{ai}\} = [V]\{q_{ai}^R\} \quad (5.16)$$

En combinant les expressions (5.15) et (5.16), les amplitudes généralisées réduites peuvent être calculés explicitement par :

$$\{q_{ai}^R\} = [V]^t [M_{ai}]\{q_{ai}\} \quad (5.17)$$

S'il est possible de calculer tous les modes du problème (5.11), cela ne tient pas compte de la sollicitation réelle de la liaison pour les modes de la structure. On propose donc ici une stratégie plus adaptée. On calcule les modes globaux du système dans l'état nominal de référence et construit une collection de vecteurs en combinant les six modes rigides de la liaison  $\Phi_{a1|rigid}$  avec la trace de modes globaux  $[\Phi]_{1:NM}$  du système sur chaque liaison  $\Omega_{ai}|_{i=1:L}$  afin de balayer toutes les déformations possibles des liaisons.

Les modes du corps rigides permettent de décrire le comportement de la structure en cas de non transmission d'efforts. La présence des modes corps rigides dans un modèle réduit est une demande récurrente pour les modèles éléments finis ou les superéléments [110]. Le choix de modes globaux ( $NM$ ) dont la trace est retenue est une question relativement ouverte. Dans le cas d'intérêt où des liaisons identiques sont répétées, la trace des modes peut être conservée pour chacune des liaisons moyennant un changement de coordonnées approprié pour des liaisons réorientées. Pour les modes de corps rigide, ils sont identiques pour toutes les liaisons et ne doivent donc pas être répétés.

$$[T] = [\Phi_{a1|rigid} \quad \Phi_{a1|1} \quad \dots \quad \Phi_{a1|NM} \quad \dots \quad \Phi_{aL|1} \quad \dots \quad \Phi_{aL|NM}] \quad (5.18)$$

Une fois les vecteurs collectés dans  $T$ , on peut construire  $V$  par résolution du problème au valeur propre (5.11) dans l'ensemble de vecteurs  $T$ .

### 5.3.3 Macro-forces du méta-modèle

L'objectif d'un méta-modèle est d'obtenir une représentation simplifiée, mais correcte des efforts de liaison. La construction des déformations principales conduit à une description pertinente de la cinématique de la liaison. La deuxième étape est de construire une représentation de macro-efforts associés.

On parle d'un méta-modèle de liaison associé à la partie  $\Omega_{ai}$  lorsque le modèle (5.9) est réduit par un sous espace vectoriel  $V$  de dimension restreinte  $NM \ll Na$  et/ou on peut représenter les forces  $F_{ai}$  par des macro-forces d'expression plus simple que (5.8).

L'expression (5.14) fait apparaître qu'en dehors du point nominal, le méta-modèle est décrit par la raideur paramétrique  $K_{ai}^{nl}(p) = V^t(K_{ai}^v(p) - K_{ai}^v(p_0))V$ . On propose dans ce travail, de développer et comparer trois stratégies d'approximations des efforts dans la liaison :

- FV (**F**ull **V**) : la première stratégie consiste à l'approximation du modèle (5.14) par la construction du sous espace  $V$  avec un nombre restreint de modes de liaisons. L'approximation est donc liée à la troncature du nombre de modes de liaisons dans  $V$ .
- VD (**F**ull **V** and **D**iagonalization) : la deuxième stratégie reprend le même principe que FV mais en diagonalisant en plus la matrice  $K_{ai}^{nl}(p)$  afin de vérifier la deuxième hypothèse de découplage des efforts non linéaire dans la base des modes de liaison [25].
- PL (**P**rincipal **L**oads): la troisième stratégie, qui est une des contributions de ce travail de thèse, effectue une approximation de la matrice  $K_{ai}^{nl}(p)$  au moyen d'une décomposition aux valeurs singulières (SVD) mettant en évidence les efforts principaux dans la liaison. La matrice symétrique  $K_{ai}^{nl}(p)$  est donc approchée par

$$K_{ai}^{nl}(p) \simeq p \sum_{k=1}^{Nk} \{U_k\} \sigma_k \{U_k\}^t \quad (5.19)$$

avec,  $U_k$  et  $\sigma_k$  correspondent à une troncature de décomposition en valeur singulière complète de la raideur non-linéaire  $K_{ai}^{nl}(p) = pK = p[U][\Sigma][U]^t$  où  $[U]$  la matrice unitaire des vecteurs singuliers et  $\Sigma = [\cdot \quad \sigma_k \quad \cdot]$  la matrice diagonale des valeurs singulières  $\sigma_k$  de dimensions  $NM \times NM$ .  $[U]$  représente l'ensemble des déformées modales. Chaque déformée  $\{U_k\}$  est associée à une raideur  $\sigma_k$ . Pour un déplacement  $\{q_{ai}^R\}$ ,  $\{U_k\} \sigma_k \{U_k\}^t$  représente le

champ d'efforts généré par la raideur de liaison. La décomposition proposée met donc en évidence les  $Nk$  efforts dominants passant dans la liaison.

Dans ce travail, comme on s'est intéressé à l'étude de la viscoélasticité aux interfaces, on a effectué une approximation PL, non pas de la matrice  $K_{ai}^{nl}(p)$ , mais de ses composants définissant la raideur normale et tangentielle comme sera détaillé dans la section 5.4.1, afin de mettre en évidence les efforts principaux en compression et en cisaillement.

Pour les trois stratégies, le modèle (5.4) peut s'écrire sous la forme:

$$\left[ s^2 [M_R] + [K_R^{ref}] + [K_R^{nl}(p)] \right] \{q\} = [T_R]^t \{F^{ext}\}, \quad (5.20)$$

avec,  $K_R^{nl}(p) = [T_R]^t [K^{nl}] [T_R]$  la matrice de rigidité non linéaire réduite de toute la structure avec,  $[K^{nl}] = [K^v(p) - K^v(p_0)]$  et  $[K_R^{ref}] = [T_R]^t [K^{ref}] [T_R]$  la matrice de référence réduite.

Soient  $P_{ij} = \{V_j\}^t [M_{ai}] \{q_{ai}\}$  la jème composante de  $\{q_{ai}^R\}$  et  $f_{ij} = \{V_j\}^t \{F_{ai}\}$  la jème composante de  $\{F_{ai}^R\}$  avec  $i = 1:L$  et  $j = 1:NM$ . La première stratégie tenant en compte le couplage des forces principales de la liaison peut se réécrire comme :

$$f_{ij} = \left( s^2 + \omega_{|V_j|^2} + \{V_j\}^t [K_{ai}^{nl}] \{V_j\} \right) P_{ij} + \sum_{k \neq j} \{V_j\}^t [K_{ai}^{nl}] \{V_k\} P_{kj} \quad (5.21)$$

Le deuxième terme de l'expression (5.21) :  $\sum_{k \neq j} \{V_j\}^t [K_{ai}^{nl}] \{V_k\} P_{kj}$  représente le couplage d'effort défini par la contribution des autres amplitudes principales de liaison sur la déformée principale  $j$ . Ce terme est nul pour l'état tangent de référence choisi : les efforts non linéaires sont découplés dans le sous espace de déformations principales. En dehors de l'état de référence un couplage des efforts est attendu. La méthode VD suppose que le couplage peut être négligé et donc que les efforts de liaisons peuvent s'écrire sous la forme:

$$f_{ij} = \left( s^2 + \omega_{|V_j|^2} + \{V_j\}^t [K_{ai}^{nl}] \{V_j\} \right) P_{ij} \quad (5.22)$$

Afin d'intégrer l'expression (5.22) dans le modèle global de la structure, on suppose  $f_{ij}^{nl} = \{V_j\}^t [K_{ai}^{nl}] \{V_j\} P_{ij}$  la force non linéaire traduisant la contribution de toute l'interface de contact dans la liaison. L'équation de mouvement du système réduit, incluant

les différents méta-modèles de liaisons associées aux différentes sollicitations, s'écrit comme suit :

$$[S^2[M_R] + [K_R^{ref}]]\{q\} + \begin{Bmatrix} f_{11}^{nl} \\ \vdots \\ f_{1j}^{nl} \\ \vdots \\ f_{L1}^{nl} \\ \vdots \\ f_{Lj}^{nl} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = [T_R]^t\{F^{ext}\} \quad (5.23)$$

Les efforts de liaison sont nuls dans la partie linéaire d'où le vecteur nul sur les DDL linéaires généralisés. En substituant la matrice de rigidité de référence par la somme de ses composants, on peut écrire le modèle (5.23) sous la forme suivante :

$$[S^2[M_R] + [K_R^e]]\{q\} + \begin{Bmatrix} (\omega_{|V_1}^2 - V_1^t K_{a1}^e V_1) p_{11} + f_{11}^{nl} \\ \vdots \\ (\omega_{|V_j}^2 - V_j^t K_{aj}^e V_j) p_{1j} + f_{1j}^{nl} \\ \vdots \\ (\omega_{|V_1}^2 - V_1^t K_{aL}^e V_1) p_{L1} + f_{L1}^{nl} \\ \vdots \\ (\omega_{|V_j}^2 - V_j^t K_{aL}^e V_j) p_{Lj} + f_{Lj}^{nl} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = [T_R]^t\{F^{ext}\} \quad (5.24)$$

Afin de déterminer les efforts non linéaires  $f_{ij}^{nl}$ , une identification des paramètres qui les définissent s'avère donc nécessaire.

## 5.4 Validité des méta-modèles sur un cas simple à deux liaisons

### 5.4.1 Représentation paramétrique des macro-forces

Dans cette section, on cherche à valider la capacité d'un méta-modèle à représenter les raideurs normales et tangentielles d'une liaison, dont les propriétés sont variables du fait d'un comportement viscoélastique. Les approches de construction de méta-modèle, décrites dans la section précédente, sont mises en œuvre et validées. Comme on l'a vu au Chapitre 2, les variations de fréquence et d'amortissement sont fortement liées et on se contente donc ici de vérifier la capacité à prédire les variations de fréquence. Pour cette première validation, on utilise le modèle présenté dans la section 5.2.

Le modèle exact, donné par (5.1), s'écrit sous forme matricielle paramétrée

$$\left[ s^2[M] + [K^{ref}] + [K^v(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)] \right] \{q\} = \{F_{ext}\}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+ \quad (5.25)$$

où on utilise comme paramètres des coefficients multiplicatifs sur le module  $\alpha$  et  $\beta$  correspondant à un état de référence  $\alpha_0=1$  et  $\beta_0 = 1$  plutôt que des modules  $E(s)$ . La matrice de rigidité de référence s'écrit donc

$$[K^{ref}] = [K^e] + \alpha_0[Kn] + \beta_0[Kt], \quad \alpha_0 = \beta_0 = 1 \quad (5.26)$$

et la matrice de rigidité viscoélastique

$$[K^v(\alpha, \beta)] = \alpha[Kn] + \beta[Kt], \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+ \quad (5.27)$$

où  $Kn$  et  $Kt$  représentent les matrices de raideurs normales et tangentielles respectivement, déduites des équations (2.33) et (2.36).

Le choix de l'état de référence est une question importante surtout dans des configurations de conception initiale où la densité de raideur normale  $k_n$  est un paramètre de conception. On trace donc l'évolution de la fréquence d'un mode cible (ici la première flexion). Comme montré en Figure 5.11, la courbe obtenue présente deux asymptotes avec une zone de forte variation bornée. Pour se placer sur le niveau haut de la zone de forte variation, on sélectionne la raideur pour laquelle la fréquence atteint 99% de la valeur asymptotique haute (montrée comme ligne rouge dans la Figure 5.11). Le choix d'une raideur plus élevée, pourrait conduire à une dégradation du conditionnement de la matrice de rigidité par addition de termes d'amplitude trop élevé. Une autre approche pour le choix de  $k_n$  consiste à le prendre de même ordre que le module d'Young le plus élevé des deux corps en contact. Le choix de  $k_n$  définit ensuite le point de référence  $\alpha_0 = 1$  et la matrice  $Kn$ .

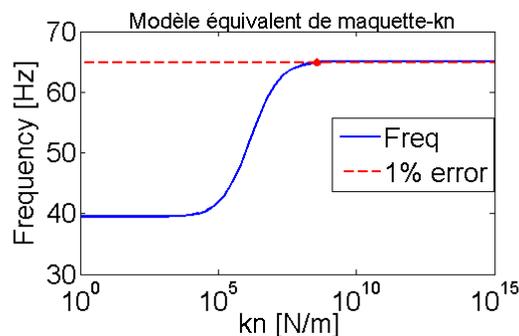


Figure 5.11 : Evolution de la première fréquence propre avec la raideur de contact  $k_n$

Il est possible de réaliser une étude similaire pour la raideur tangente. Dans le cas présent, on fait varier  $k_n$ , on calcule les matrices  $Kn$  et  $Kt$ . La raideur tangentielle est choisie ici égale à 0.1 fois la raideur normale. Ensuite on calcule les fréquences modales du modèle (5.25) pour l'état nominal de référence défini par  $\alpha_0 = \beta_0 = 1$ .

Une information annexe visible dans la Figure 5.11 est le fort niveau de couplage dans ces jonctions du fait de la variation d'un facteur proche de deux de la première fréquence propre.

Le calcul du modèle exact devenant rapidement coûteux dans les études paramétriques, la méthode de réduction multi-modèle introduite en Chapitre 2, sera utilisée ici. Le modèle étant paramétré en raideur normale et tangentielle, on considère ici trois points de référence définis dans le tableau suivant :

modèle	$M$	$K^e$	$Kn$	$Kt$
1	1	1	0	0
2	1	1	1	0
3	1	1	1	1
Coef.	1	1	$\alpha$	$\beta$

Tableau 5.1 : Modèles de référence

On calcule ensuite les déformées modales  $[\Phi_{1:NM}(\alpha, \beta)]_i$  pour chacun des modèles de référence et construit une base  $T_M$  du sous espace engendré par l'ensemble de ces bases modales à travers une procédure d'orthogonalisation

$$[T_M] = [\Phi_{1:NM}(0,0) \quad \Phi_{1:NM}(1,0) \quad \Phi_{1:NM}(1,1)]_{\perp} \quad (5.28)$$

On trace dans la Figure 5.12, l'évolution de la première fréquence propre pour  $\beta = 1$  et  $\alpha$  variable pour les modèles complets (Full) et réduit en utilisant l'approche multi-modèle (MM) avec 30 modes calculés. Ce nombre de modes est choisi arbitrairement mais d'une façon à inclure suffisamment de modes pour approcher le modèle exact. La Figure 5.12 confirme que les résultats de la réduction MM sont très proches du modèle Full. Les études ultérieures utiliseront donc cette approche.

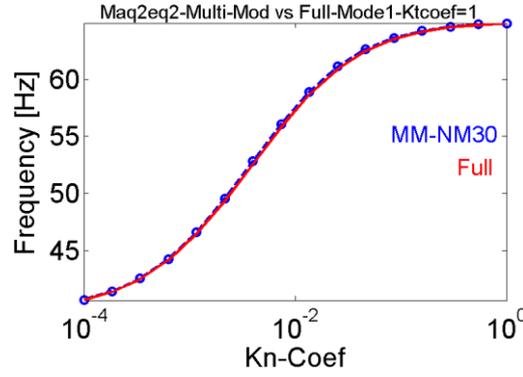


Figure 5.12 : Evolution de la première fréquence propre en fonction de la raideur normale pour les modèles exact et réduit par approche de réduction multi-modèle

#### 5.4.2 Construction des déformations principales $V$

On s'intéresse dans cette section à présenter une stratégie d'enrichissement du sous espace  $V$  permettant de mieux décrire le comportement de la liaison.

Comme décrit dans la section 5.3.1, le modèle équivalent de la maquette est subdivisé en partie non linéaire restreinte aux deux Équerres  $\Omega a_i|_{i=1:2}$  et une partie linéaire qui contient tout le reste du modèle. Par conséquent, le sous espace vectoriel  $V$  est déterminé en résolvant le problème aux valeurs propres (5.11) pour une collection de déformées modales associés aux deux équerres qui s'écrit :

$$[T] = [\Phi_{a1|rigid} \quad \Phi_{1:NM|a1} \quad \Phi_{1:NM|a2}] \quad (5.29)$$

On peut proposer d'enrichir le sous espace utilisé pour construire  $V$  afin de garantir la reproduction du comportement de la liaison en générant le sous-espace considéré dans la méthode multi-modèle dont on a vu qu'elle était précise pour l'étude paramétrique. Pour obtenir ce résultat on considère un ensemble de vecteurs  $T$  générant le sous espace dans lequel la base  $V$  sera construite :

$$[T] = [\Phi_{a1|rigid} \quad \Phi(0,0)|_{a1} \quad \Phi(1,0)|_{a1} \quad \Phi(1,1)|_{a1} \quad \Phi(0,0)|_{a2} \quad \Phi(1,0)|_{a2} \quad \Phi(1,1)|_{a2}] \quad (5.30)$$

où la trace, sur chacune des liaisons  $\Omega a_i|_{i=1:2}$ , de  $NM$  modes  $\Phi = [\Phi_{1:NM}]$  sont conservés pour chacun des modèles de référence du Tableau 5.1.

Cet enrichissement assure de décrire la transition entre les différentes configurations de comportement des interfaces de contact dans la mesure où la réduction multi-modèle est valide et le sous-espace engendré par  $T$  considéré pour les liaisons en (5.30) engendre le même sous-espace.

L'absence de couplage entre les différentes liaisons et entre elles et la partie linéaire est tenue en compte dans notre cas d'étude. En effet, on néglige la présence de contact et frottement dans la zone intermédiaire entre les parties  $\Omega a1$  et  $\Omega a2$  (Extra dans la Figure 5.6) et en choisissant les DDL de la partie  $\Omega b$  disjoints des DDL intervenant dans les expressions de  $Kn$  et  $Kt$ . L'état nominal de référence est défini sous la forme

$$[K_{a1}^{ref}] = [K_{a1}^e] + [Kn_{a1}] + [Kt_{a1}] \quad (5.31)$$

Le modèle (5.25), s'écrit sous la forme réduite

$$[S^2[M_R] + [K_R^{ref}] + [K_R^v(\alpha - 1, \beta - 1)]]\{q_R\} = [T_R]^t\{F^{ext}\} \quad (5.32)$$

avec,

$$[K_R^v(\alpha, \beta)] = \begin{bmatrix} V^t K_{a1}^v(\alpha, \beta) V & V^t K_{a1a2}^v(\alpha, \beta) V & 0 \\ V^t K_{a2a1}^v(\alpha, \beta) V & V^t K_{a2}^v(\alpha, \beta) V & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

où

$$[K_{ai}^v(\alpha, \beta)] = \alpha [Kn_{ai}] + \beta [Kt_{ai}] \quad (5.34)$$

Il résulte de l'absence de couplage que  $K_{a2a1}^v(\alpha, \beta) = K_{a1a2}^v(\alpha, \beta) = 0$  et que  $K_{bai}^v = K_{aib}^v = 0$ . La Figure 5.13 illustre la topologie de la matrice de raideur normale pour les modèles élément fini complets et réduits.

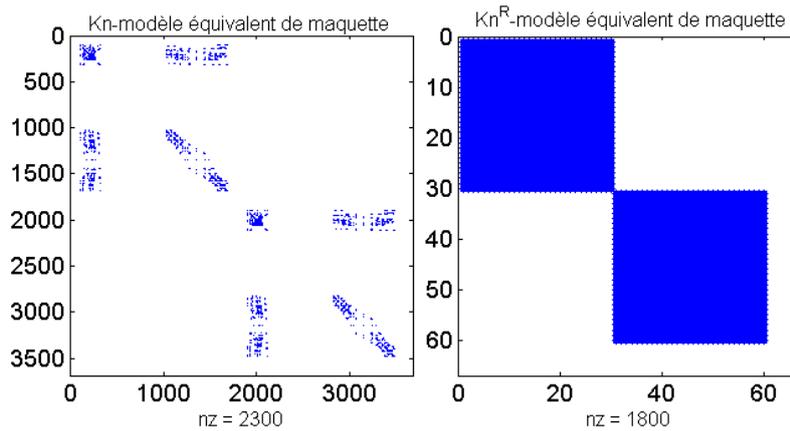


Figure 5.13 : Matrice de raideur normale. Gauche : non réduite, droite : réduite

### 5.4.3 Validité de la stratégie FV : Sous espace $V$ de dimension restreinte

À travers cette section, on cherche à vérifier la validité de la première stratégie d'approximation du modèle de liaison (FV). Avec un nombre restreint de modes de liaisons dans le sous espace vectoriel  $V$ , on cherche à approcher au mieux le méta-modèle décrivant la liaison. L'étude est réalisée sur les liaisons boulonnées du modèle équivalent de la maquette.

Pour initialiser le sous-espace de déformations principales, on utilise la stratégie multi-modèle (5.30). On choisit de cibler dans ce cas d'étude les quatre premiers modes pour étudier les sollicitations orientées dans différentes directions ( $X$  et  $Y$ , ici), sous lesquelles est soumise la structure et plus spécifiquement les liaisons  $\Omega ai_{i=1:2}$  en question. Avec quatre modes cibles, deux liaisons, et trois configurations de référence, auxquels on ajoute six modes de corps rigide de liaisons, on obtient un ensemble de vecteurs de départ comptant 30. Après orthogonalisation, on n'a pas détecté l'existence de vecteurs colinéaires à être supprimés. On obtient alors un sous espace engendré par une base  $T$  à 30 vecteurs aussi.

Pour deux équerres identiques et orientées selon la même direction, on s'attendait à avoir une diminution importante dans le nombre de vecteurs de  $V$ . Cependant, ce n'est pas le cas. Ceci peut être expliqué par le fait que les deux équerres ne se déforment pas de la même manière car elles sont symétriques par rapport à l'axe ( $O, Y$ ). Pour la première flexion suivant  $X$  (selon la direction du petit côté de la structure) par exemple, lorsque les équerres s'ouvrent dans une liaison, elles se ferment dans l'autre. Pour la flexion suivant  $Y$ , les déformées des deux équerres ne se correspondent pas. Les extrémités droites et gauches de chaque équerre

sont différentes : l'extrémité gauche de l'équerre droite est fixée à l'autre équerre tandis que l'extrémité gauche de l'équerre gauche est libre.

La Figure 5.14 présente des traces de déformées globales utilisées pour engendrer le sous-espace des déformées principales de liaison pour les deux configurations de référence  $\alpha = \beta = 0$  et  $\alpha = \beta = 1$ . Les modes de corps rigides ne sont pas présentés.

Les principales déformations dans la liaison sont liées à l'ouverture des équerres en termes d'ouverture axiale et de rotation relative. L'enrichissement de l'ensemble de vecteurs  $T$  par des modèles locaux qui se différencient par la variation des raideurs normales et tangentielles est claire dans les déformées de la Figure 5.14 (a et b) en termes d'ouverture et fermeture des équerres.

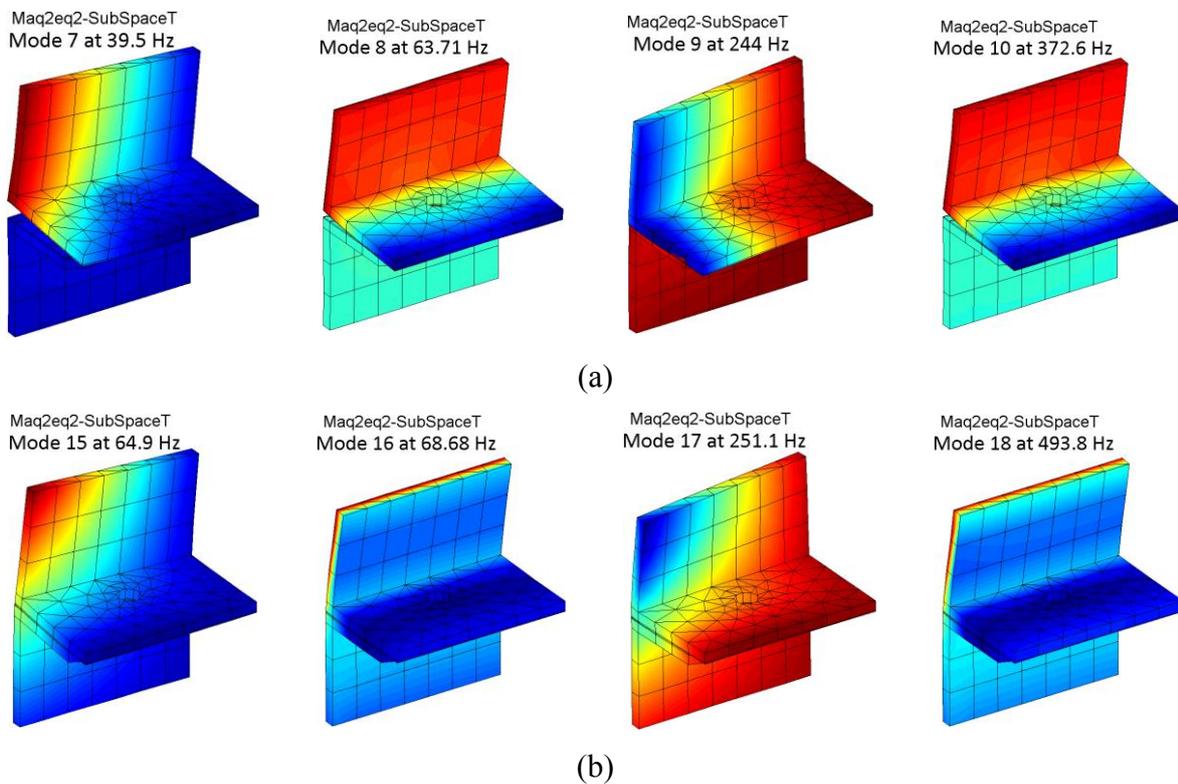


Figure 5.14 : Trace des déformées modales du modèle équivalent de la maquette sur la première jonction, a) pour  $\alpha = \beta = 0$ , b) pour  $\alpha = \beta = 1$

Les quatre premières déformées principales, après les déformées de corps rigides, définies dans le sous espace  $V$  sont présentées dans la Figure 5.15. Les modes 7 et 8 traduisent les mouvements de fermeture et d'ouverture des équerres, quant aux modes 9 et 10, il s'agit de mouvements de rotation relative.

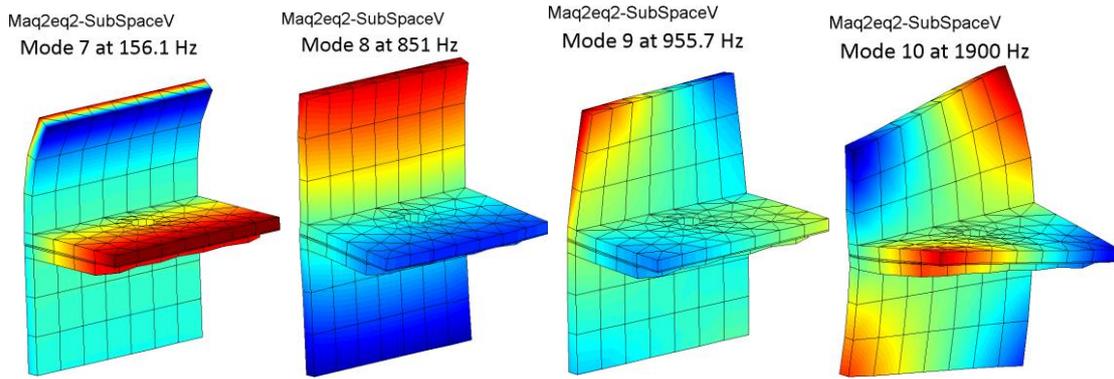


Figure 5.15 : Déformées principales du sous espace vectoriel  $V$  pour le modèle équivalent de maquette

Le premier méta-modèle proposé est le FV non tronqué. On valide sa capacité à reproduire les variations paramétriques de fréquence en Figure 5.16 en le comparant avec le modèle MM. On remarque que le modèle FV est très proche du modèle MM pour les quatre premiers modes (bendX, bendY, Torsion, bend2Y) qui sont affichés.

On remarque aussi que toutes les courbes coïncident au point de référence défini par les coefficients ( $\alpha = 1, \beta = 1$ ). Le point encerclé en rouge dans la Figure 5.16 correspond à ce point et pour lequel l'erreur tend vers zéro ( $10^{-12}\%$ ). Cette observation correspond bien à l'hypothèse de construction du sous-espace  $V$  par la résolution du problème (5.11) pour diagonaliser les macro-forces au point nominal.

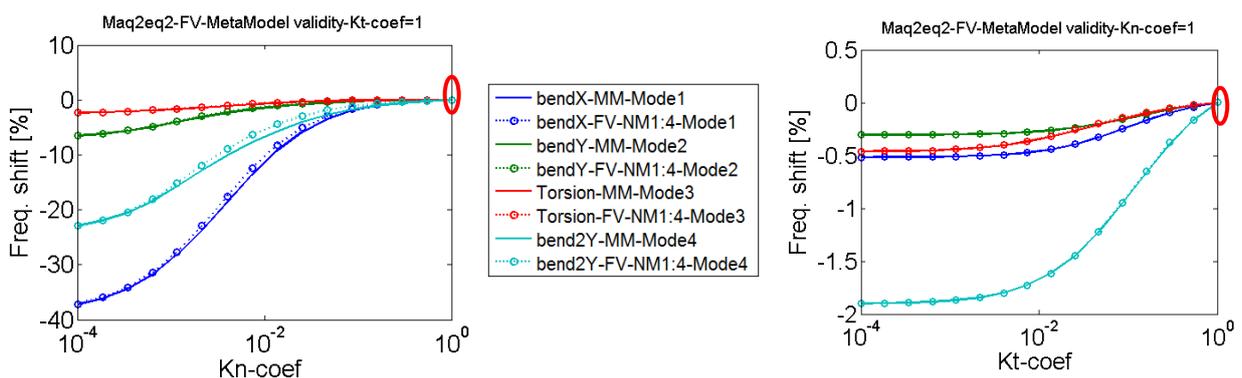


Figure 5.16 : Evolution de la variation de fréquence en fonction des variations de raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la stratégie FV non tronqué dans le cas du modèle équivalent de la maquette

La validité de l'approche FV est ici prouvée pour une configuration précise dépendant du choix des modèles de référence enrichissant le sous espace engendré par  $T$ . Cette validité

peut se généraliser sur plusieurs configurations. Pour la Figure 5.17, on construit  $V$  à partir de l'orthogonalisation de l'ensemble de vecteurs suivant

$$[T] = [\Phi(0,0)_{|a1} \quad \Phi(0.5,0)_{|a1} \quad \Phi(1,1)_{|a1} \quad \Phi(0,0)_{|a2} \quad \Phi(0.5,0)_{|a2} \quad \Phi(1,1)_{|a2}] \quad (5.35)$$

On remarque encore une très bonne précision de la prédiction sur l'ensemble des points de conception.

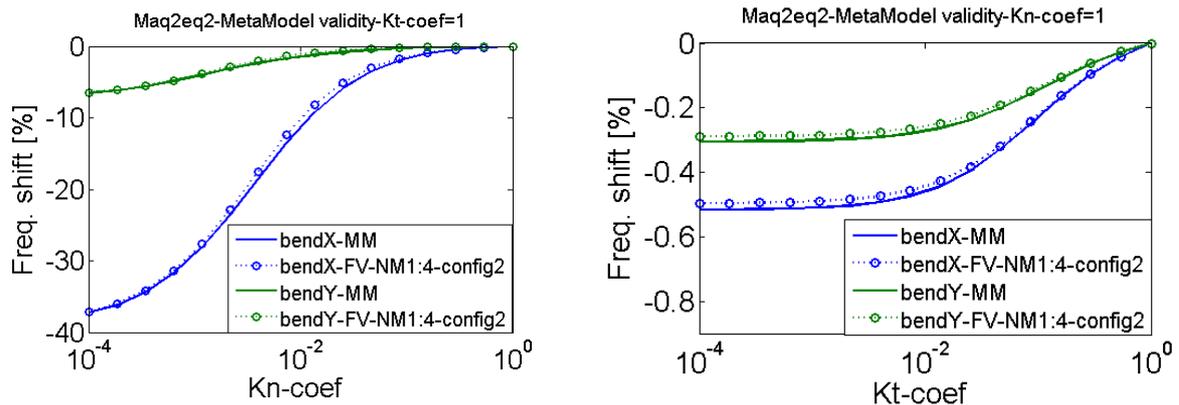


Figure 5.17: Evolution de la variation de fréquence en fonction des variations de raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la stratégie FV non tronqué pour une autre configuration dans le cas du modèle équivalent de la maquette

La taille du sous-espace  $V$  a une influence directe sur la précision. La Figure 5.18 illustre que pour le premier mode, l'erreur sur la prédiction de fréquence diminue de façon monotone en considérant de  $NM = 1$  à 4 modes. On note pour la raideur normale que même pour un seul vecteur, l'erreur de prédiction de 5% reste faible par rapport au shift proche de 40%. De même pour la raideur tangente, l'erreur de l'ordre de  $10^{-3}$  est faible par rapport au shift qui est de l'ordre de  $10^{-1}$ .

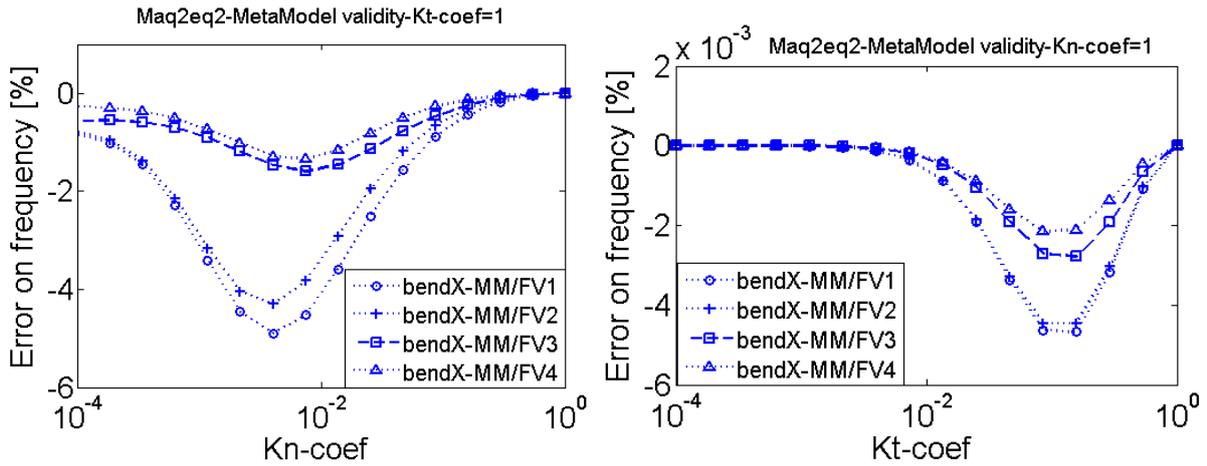


Figure 5.18 : Erreur sur les fréquences pour un sous espace  $V$  de taille variable en fonction de nombre de modes retenus dans l'approche de méta-modélisation FV.

On cherche maintenant à étudier l'influence de la taille du sous espace  $V$  en considérant une troncature et pas en restreignant le nombre de mode retenus pour générer  $T$  comme précédemment. On présente dans la Figure 5.19, la variation paramétrique de la fréquence du premier mode en fonction de la taille du sous espace  $V$  tronqué aux 9, 18 et 30 premiers vecteurs.

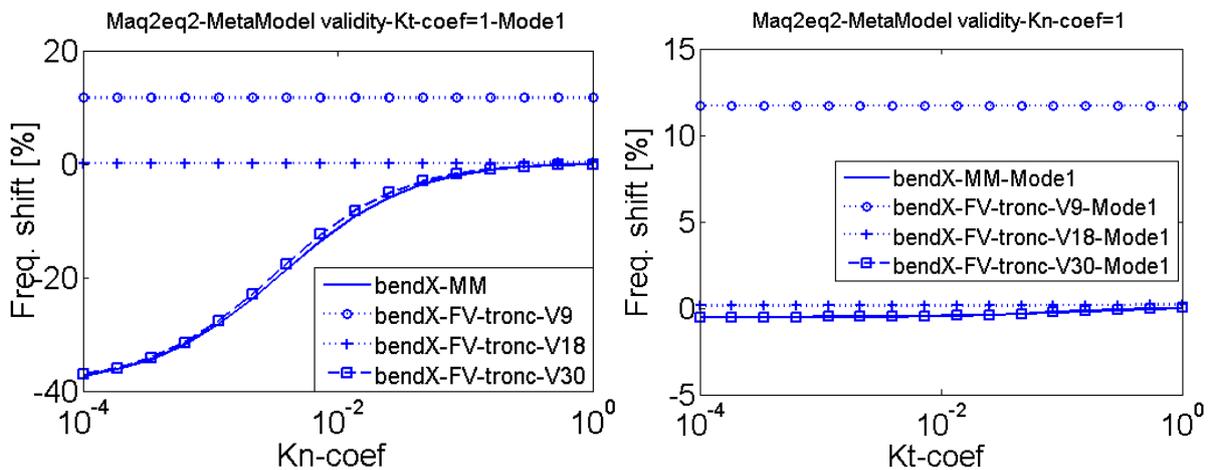


Figure 5.19 : Variation de la fréquence du premier mode de flexion en fonction des raideurs normales (gauche) et tangentielle (droite) pour un sous espace  $V$  tronqué dans la stratégie FV

On remarque que plus le nombre de vecteurs diminue dans le sous espace  $V$ , plus le résultat est mauvais. Pour un sous espace composé que de 9 vecteurs, par exemple, le résultat peut être expliqué par le fait que les déformées modale associées et affichées en Figure 5.15,

ne permettent pas de représenter l'ouverture de la liaison ou la rotation relative des équerres. On retrouve ces déformées pour un sous espace de taille plus grande.

Pour démontrer l'utilité de l'approche multi-modèle pour la construction de  $V$  par (5.30), on compare en Figure 5.20 les valeurs de fréquences modales issues du sous espace enrichi et celui non enrichi. Ce dernier est défini uniquement par le modèle nominal ( $\alpha = 1, \beta = 1$ ). Le sous espace  $V$  non enrichi ne représente pas bien le système, car l'erreur en fréquence est trop importante.

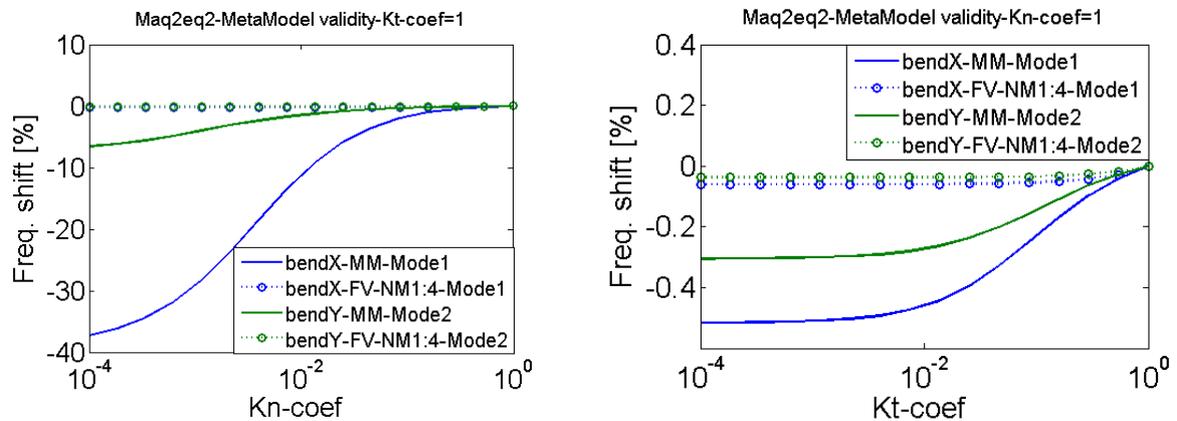


Figure 5.20 : Evolution de la variation de fréquence des deux premiers modes aux modèles MM et FV non enrichis.

Une autre remarque concernant l'approche multi-modèle est la divergence en extrapolation. On considère ainsi en Figure 5.21 la prédiction d'une évolution de fréquence sur une gamme au-delà du point nominal  $\alpha = 1$ . L'évolution exacte est une asymptote comme illustré en Figure 5.11. Pour le modèle réduit, on note une augmentation très forte de la fréquence pour des raideurs fortes. Ce comportement récurrent est une motivation classique pour le choix d'un point de référence sur la frontière supérieure de la zone paramétrique de raideur.

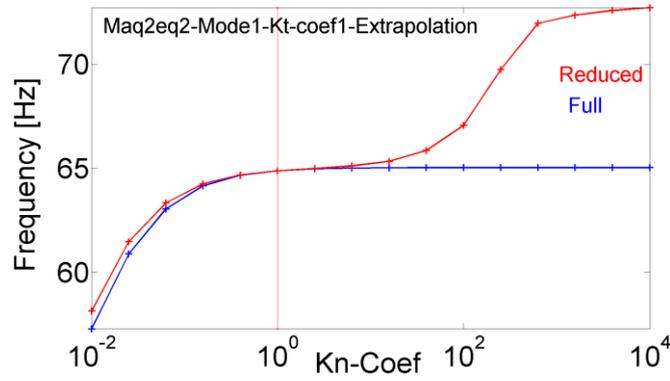


Figure 5.21 : Courbe d'évolution de la fréquence en fonction de la raideur normale illustrant la non convergence due à l'extrapolation

#### 5.4.4 Validité de la stratégie VD : découplage des forces dans les liaisons

Dans cette section, on cherche à étudier la deuxième stratégie de méta-modélisation VD définie dans la section 5.3.3. Dans ce modèle, on suppose pouvoir construire les efforts principaux en ignorant les couplages entre déformations principales. Il est clair que cette hypothèse permettrait une identification plus aisée des macro-forces par réalisation de banc d'essai ayant des modes se déformant suivant les déformations principales [25]. On cherche donc ici à comprendre le domaine de validité de cette hypothèse.

Sous l'hypothèse VD, le modèle paramétré (5.20) s'écrit sous la forme :

$$[s^2[M_R] + [K_R^{ref}] + \text{diag}((\alpha - 1)[Kn] + (\beta - 1)[Kt])] \{q\} = [T_R]^t \{F^{ext}\} \quad (5.36)$$

où on diagonalise la matrice  $K_{ai}^{nl}(p)$ . En retenant les deux premiers modes de flexion (bendX et bendY), pour définir le sous espace  $V$ , on trace dans la Figure 5.22, le niveau de couplage sur les six premiers modes non rigides des méta-modèles FV et VD comme ratio de chaque terme de  $K_{ai}^{nl}(p)$  avec la moyenne géométrique des termes diagonaux correspondants. Cette figure illustre que le modèle VD néglige des couplages d'amplitude notable entre les modes V1-V3, V2-V3 ou V5-V6.

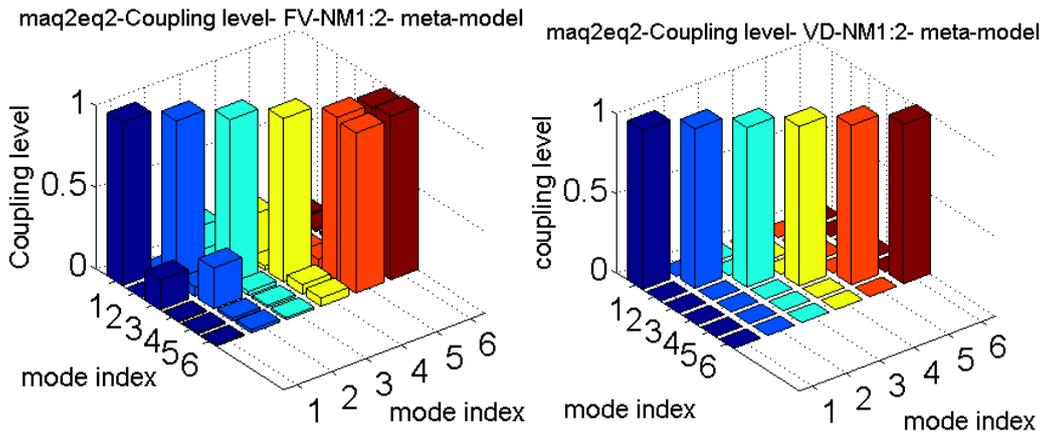


Figure 5.22 : Niveau de couplage des efforts principaux dans la liaison pour les approches FV (gauche) et VD (droite) dans le modèle équivalent de la maquette

Comme pour la stratégie FV décrite dans la section précédente, on étudie en Figure 5.23 les prédictions de fréquence pour des études paramétriques. Comme attendu, l'erreur est quasi-nulle au point de référence. La diagonalisation des matrices masse  $M$  et rigidité de référence  $K^{ref}$  est donc bien effectuée dans la définition du sous espace de déformations  $V$ . La deuxième observation est le fort niveau d'erreur sur le reste de la gamme de conception. L'hypothèse de découplage n'est donc pas valide. On pourrait imaginer dans un cas à un mode, compenser l'erreur sur le couplage par une variation de raideur plus forte, mais il semble peu plausible qu'une telle approche puisse être générale.

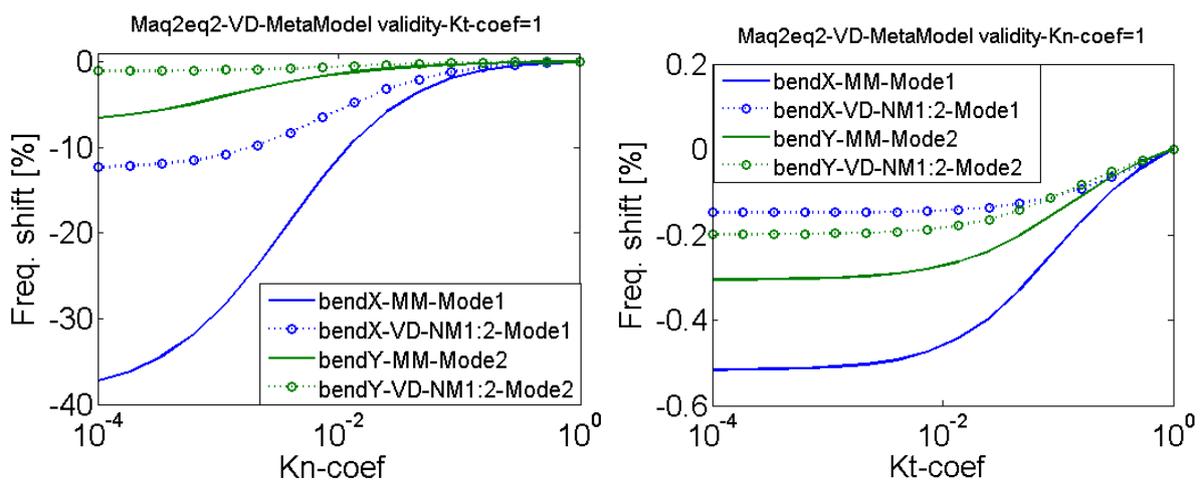


Figure 5.23 : Evolution de variation de fréquence en fonction des raideurs normales (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie VD dans le modèle équivalent de maquette

### 5.4.5 Validité de la stratégie PL : Efforts principaux dans la liaison

La stratégie de découplage FV ayant montré des limites claires, on a cherché à introduire une autre caractérisation de dimension faible à travers la stratégie PL évaluée dans cette section. Dans l'approche PL, la construction de  $V$  et des efforts principaux est notablement différente.

Dans le sous espace  $V$ , on définit les principales sollicitations de la liaison et on réalise une première approximation du méta-modèle. Dans le sous espace de l'approche PL, on réalise une approximation des matrices de raideurs normales et tangentielles réduits à travers les efforts dominants dans la liaison. On s'intéresse à conserver les efforts qui ont la plus importante amplitude afin de mettre en évidence les efforts dominants dans les liaisons.

On s'intéresse à nouveau à la reproduction des évolutions de fréquence des deux premiers modes. On commence par construire un sous-espace  $V$  par la résolution du problème (5.11) en ciblant les deux premiers modes de la structure ( $NM = 2$ ), puis réalise la décomposition en valeurs singulière des matrices de raideur. La Figure 5.24, montre les déformées principales  $U_k$  associées à la matrice de raideur normale. Quatre efforts dominants, associés à de grandes raideurs  $\sigma_k$  sont mis en évidence. On retrouve l'ouverture de l'équerre (effort axial), la rotation relative perpendiculairement à la peau (moment perpendiculaire), la rotation relative parallèlement à la peau (moment tangentiel), puis un début de déformation locale complexe. Les efforts suivants sont moins raides d'un facteur de  $10^{-4}$  et peuvent donc être négligés.

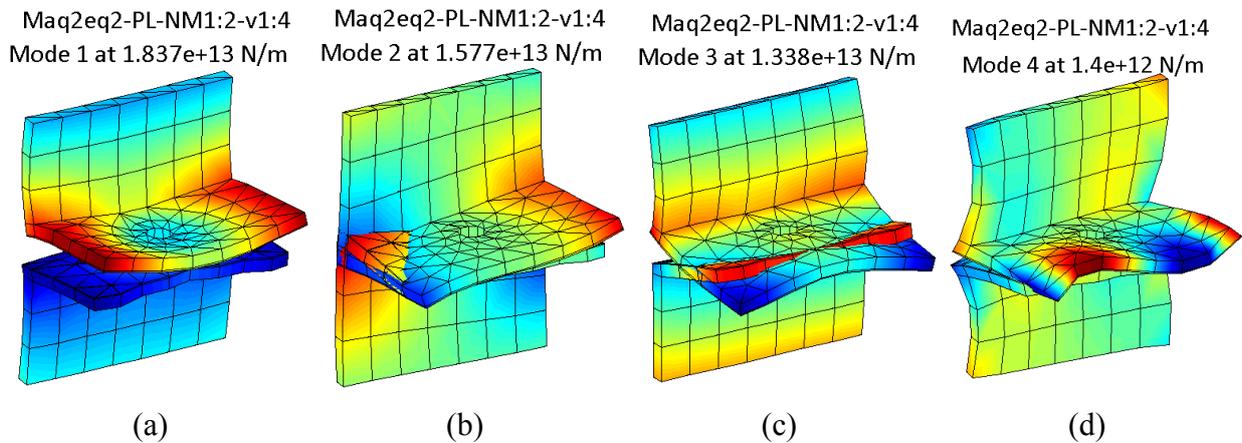


Figure 5.24 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de compression. a) Ouverture axiale, b) rotation relative perpendiculairement à la peau, c) rotation relative parallèlement à la peau, d) déformation locale

La Figure 5.25 montre les déformées principales  $U_k$  associées à la matrice de raideur tangente. Quatre efforts dominants associés sont mis en évidence. On retrouve des mouvements de rotation relative perpendiculairement à la peau autour de l'axe Y et X, de la rotation relative dans le plan et de l'ouverture de l'équerre. Les efforts suivants sont moins raides d'un facteur de  $10^{-3}$  et peuvent donc être négligés.

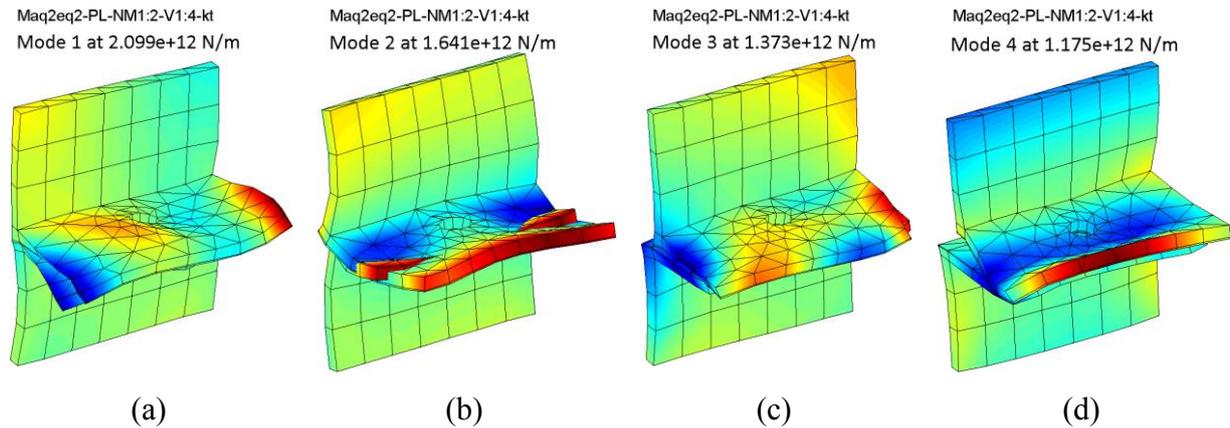


Figure 5.25 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de cisaillement. a) rotation relative Y perpendiculairement à la peau, b) ouverture des équerres, c) rotation relative dans le plan, d) rotation relative X perpendiculairement à la peau

En approchant les matrices de raideurs normales et tangentielles par les quatre premiers composants principaux (Figure 5.24), on analyse les erreurs sur la prédiction des fréquences en Figure 5.26. Les résultats sont plutôt satisfaisants.

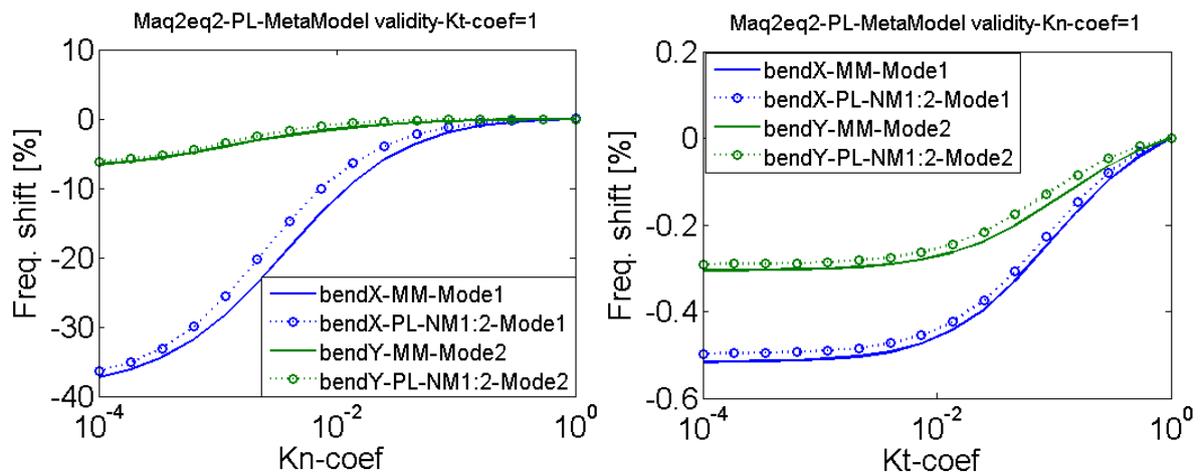


Figure 5.26 : Variation de fréquence en fonction des variations de raideur normale (gauche) et tangente (droite) pour les deux premiers modes de flexion pour la validité de la stratégie PL dans le cas du modèle équivalent de maquette

On cherche maintenant à vérifier la possibilité de représenter le premier mode par un seul effort principal associé à une seule déformée (Figure 5.24 et Figure 5.25). En considérant que le premier mode (bendX) seul ( $NM = 1$ ), la décomposition en valeurs singulière ne génère que de deux valeurs singulières  $\sigma_k$  importantes. Dans la Figure 5.27, on affiche la variation de la fréquence du premier mode pour plusieurs configurations : avec deux efforts principaux ( $k = 1:2$ ), avec uniquement le premier effort principal ( $v1, k = 1$ ) et avec uniquement le deuxième effort principal ( $v2, k = 2$ ). Dans les deux derniers cas, les prédictions sont de mauvaise qualité. Dans le premier mode de flexion, les deux équerres, vu leurs symétries par rapport à l'axe (O, Y), présentent des comportements différents. Il n'y a pas une translation de déformations mais une symétrie qui nécessite deux composants différents du sous espace d'approximation.

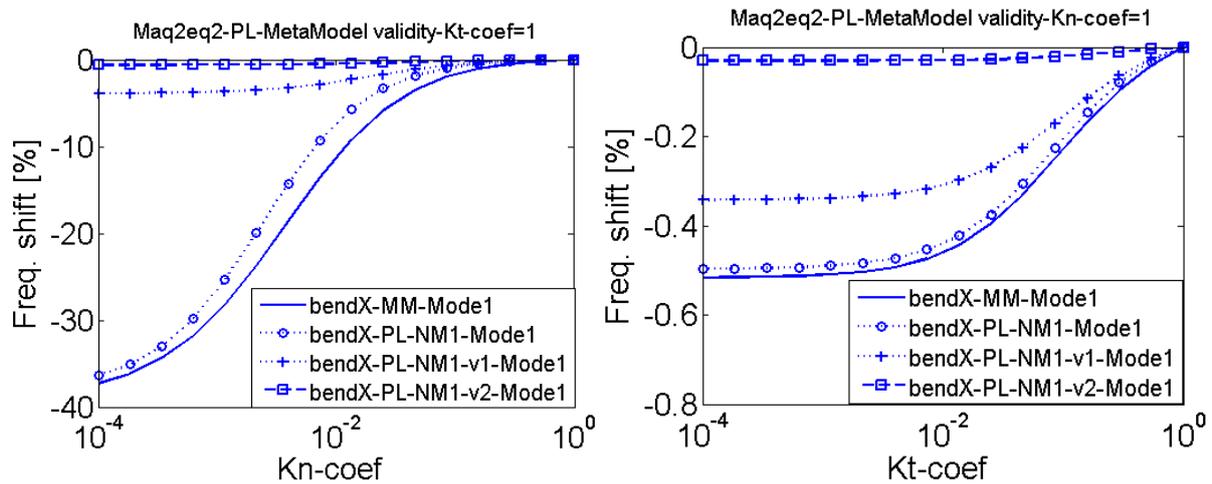


Figure 5.27 : Variation de fréquence du premier mode propre en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la stratégie PL et en fonction des efforts principaux considérés

## 5.5 Méta-modèles répétés dans une structure cylindrique

### 5.5.1 Description du problème

Le modèle à deux équerres a permis d'introduire différents méta-modèles et d'illustrer leurs limitations. Ce cas est cependant dynamiquement très simple et avec peu de liaisons. On introduit donc ici un cas plus représentatif basé sur une structure cylindrique avec un nombre

de boulons plus élevé. Le modèle reprend la philosophie de conception de la maquette (Figure 3.3), sauf qu'elle est désormais cylindrique et partiellement inspirée du SYLDA montré en Figure 5.1. Dix liaisons boulonnées identiques sont réparties uniformément sur le contour de la structure. Le caisson long se compose d'une partie conique et d'une autre cylindrique montrés en Figure 5.28. La partie conique permet d'obtenir des modes globaux à fréquences assez faibles. Le modèle est subdivisé donc en parties non linéaires  $\Omega a_i |_{i=1:10}$  contenant les dix liaisons boulonnées et une partie linéaire  $\Omega b$  contenant tout le reste du modèle.

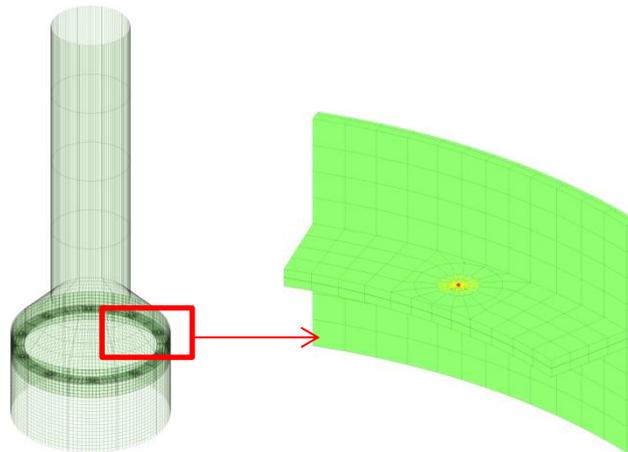


Figure 5.28 : Gauche: modèle de maquette cylindrique multi-boulonnées, droite : un secteur de liaison boulonnée

Le modèle présente des modes globaux de flexion (mode 1 et 12 en Figure 5.29), traction (mode 5) et torsion (mode 14). Il présente aussi des modes locaux d'ovalisation au niveau des panneaux supérieurs dus à l'extrémité libre du modèle (mode 3 en Figure 5.29) et au niveau de la jonction (mode 15). La structure étant axisymétrique tous les modes non axiaux sont doubles, avec la même forme à une rotation près.

Mode 1 at 116.4 Hz Mode 3 at 203.2 Hz Mode 5 at 495.4 Hz Mode 12 at 779.4 Hz Mode 14 at 897.4 Hz Mode 15 at 987.2 Hz

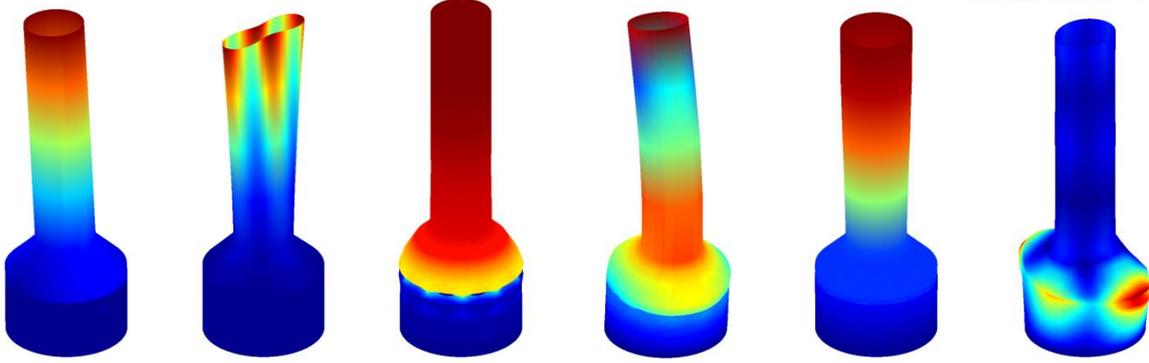


Figure 5.29 : Déformées modales de modes globaux et locaux. De gauche à droite : Première flexion, mode de panneaux supérieurs, traction, deuxième flexion, torsion, ovalisation de la jonction

Dans la section 5.5.2 , on s'intéresse à étudier la capacité dissipative de la jonction dans cette structure avant de passer aux calculs de sensibilité paramétrique de la fréquence comme dans la section précédente. La partie linéaire  $\Omega b$  comporte ici un grand nombre de DDL, une réduction de cette zone est alors décrite dans la section 5.5.3. La validité des approches de construction de méta-modèle de liaison décrites dans la section 5.3.3, est vérifiée pour cette maquette cylindrique dans les sections 5.5.4 - 5.5.6. L'objectif ici, est de vérifier la validité de la méta-modélisation en fonction de l'orientation angulaire de la liaison boulonnée.

## 5.5.2 Capacité dissipative de la jonction

En reprenant la notion de couplage de la jonction introduite au Chapitre 2, on cherche à établir la capacité à dissiper de la jonction dans la maquette cylindrique.

La Figure 5.30 présente l'évolution de la fréquence modale en fonction des raideurs normales et tangentes sous formes de courbes de niveau d'évolution de fréquence, puis, pour une raideur normale élevée, la variation de fréquence avec la raideur tangente. Cette deuxième courbe représente donc une coupe de la première. Le premier mode est fortement sensible à la raideur normale et peu à la raideur tangente. Un mécanisme basé sur le cisaillement, comme la friction, serait donc probablement peu efficace. Pour le deuxième mode de flexion, les deux mécanismes sont assez sensibles.

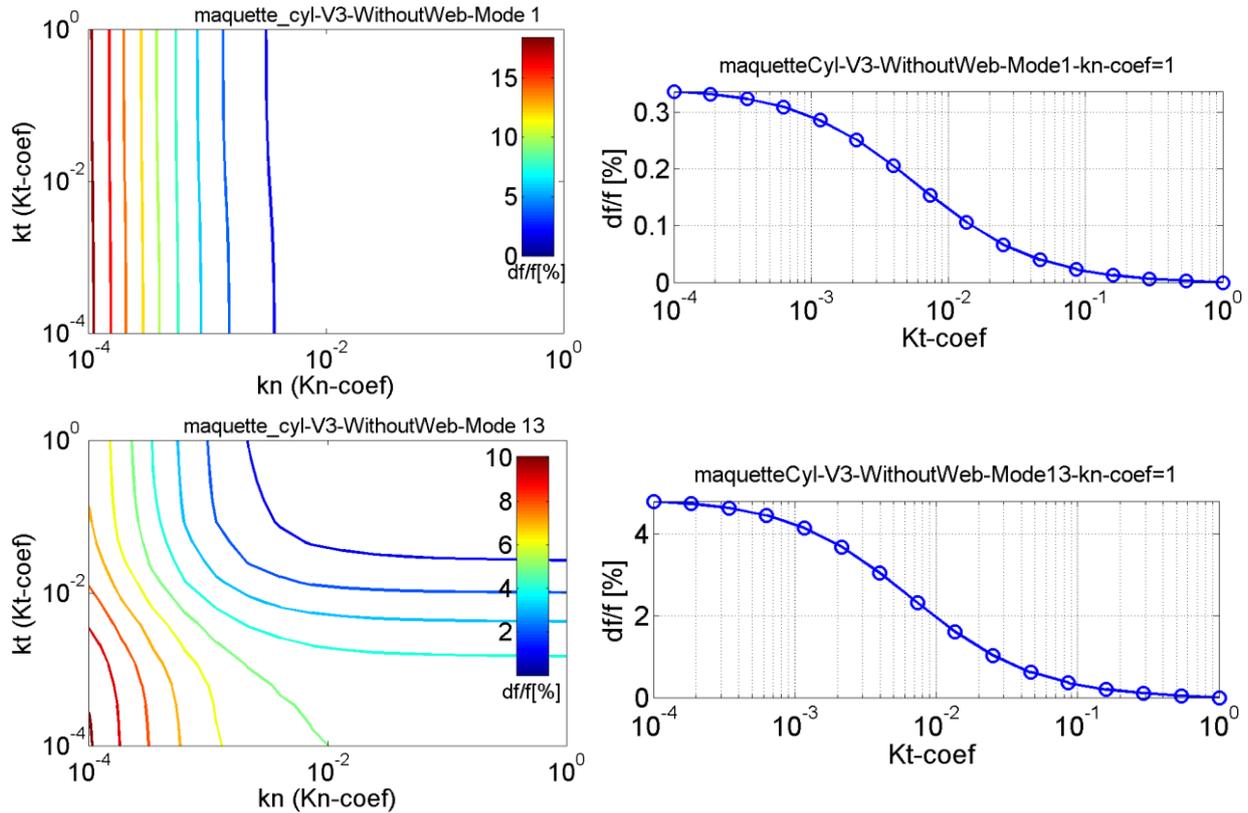


Figure 5.30 : Etude de couplage dans la maquette cylindrique: évolution des modes de flexion (1 et 13) pour des variations de raideur normale et tangente.

Pour les modes locaux, on a trouvé une variation de fréquence inférieure à 0.1%, indiquant un faible couplage et donc un faible potentiel de dissipation. Des calculs complémentaires ont permis de prouver que l'ajout du voile permet d'augmenter la dissipation dans le modèle mais pas d'une façon significative.

### 5.5.3 Réduction de la zone linéaire

On s'intéresse dans cette section à la définition de la matrice de réduction de la zone linéaire  $T_b$  décrit dans l'équation (5.3). La zone linéaire devrait être réduite dans le cas d'étude des systèmes complexes de grande taille afin de réduire la taille du problème.

Les principales méthodes de la littérature ont été décrites dans section 2.4.2 et la plupart seraient adaptées ici. On illustre ici d'un point de vue d'efficacité numérique la méthode de Craig-Bampton [65] couramment utilisée dans l'industrie et la méthode de CMT [66].

Afin de simplifier l'écriture matricielle du problème pour les différentes méthodes, on considère ici une zone non linéaire  $\Omega_a$  et une zone linéaire  $\Omega_b$ . Le changement de DDL (5.3) s'écrit

$$\begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & T_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_a^R \\ q_b^R \end{Bmatrix} \quad (5.37)$$

La méthode de CMT utilise

$$\begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} V & 0 \\ 0 & [\Phi_{1:NM}]|_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_a^R \\ q_b^R \end{Bmatrix} \quad (5.38)$$

alors que la méthode de Craig Bampton conserve tous les DDL d'interface  $q_{bi}$  entre les zones a et b avec la condensation statique sur les DDL intérieurs  $q_{bc}$ , ainsi que les modes à interface fixe

$$\begin{Bmatrix} q_a \\ q_{bc} \\ q_{bi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} V & 0 & 0 \\ 0 & -K_{cc}^{-1}K_{ci} & \Phi_{fix} \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_a^R \\ q_{bi} \\ q_{bc}^R \end{Bmatrix} \quad (5.39)$$

avec  $q_{bc}$  et  $q_{bi}$  les vecteurs des DDL intérieurs et des DDL d'interface de la partie  $\Omega_b$  respectivement.  $\Phi_{fix}$  représente la base des modes à interfaces fixes associé à la zone  $\Omega_b$ .

Pour une structure avec une représentation physique des liaisons, le nombre de DDL  $q_{bi}$ , conservés par la méthode de Craig Bampton augmente très rapidement. La méthode de CMT pilote la taille de la matrice  $T_b$  par le nombre de modes d'ensemble de la structure conservés et est donc très avantageuse en taille si le nombre de DDL dans  $q_{bi}$  augmente. Pour illustrer ce fait, on prend l'exemple d'une plaque montrée en Figure 5.31. On cherche à réduire les parties supérieure et inférieure de la plaque. La partie centrale est non réduite et séparée par rapport aux autres parties par les interfaces communes (tracées en rouge).

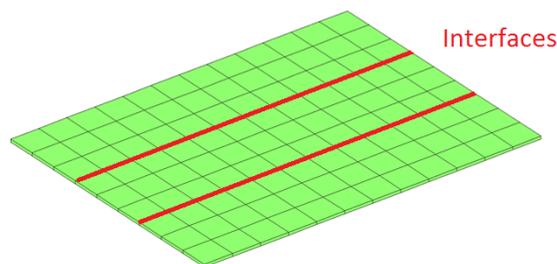


Figure 5.31 : Plaque avec des interfaces

Dans ce modèle, la partie  $\Omega a$  compte 156 DDL et la partie  $\Omega b$  compte deux fois 390 DDL (Pour les deux zones supérieures et inférieures). Pour dix modes considérés pour le calcul des matrices de raideurs réduites, la partie  $\Omega b$  ne contient que 10 DDL pour la méthode CMT contre deux fois 88 DDL pour Craig Bampton . Les matrices correspondantes sont présentées dans la Figure 5.32. On remarque alors que la taille de la matrice réduite par la méthode de Craig Bampton (Figure 5.32b) est deux fois plus grande que l'autre (Figure 5.32a). De plus les interfaces dans la méthode de Craig Bampton sont associées à de gros blocks plein et trois fois plus de termes non-nuls qui alourdissent notablement toute utilisation numérique de la matrice réduite. D'où l'utilité de la méthode de CMT.

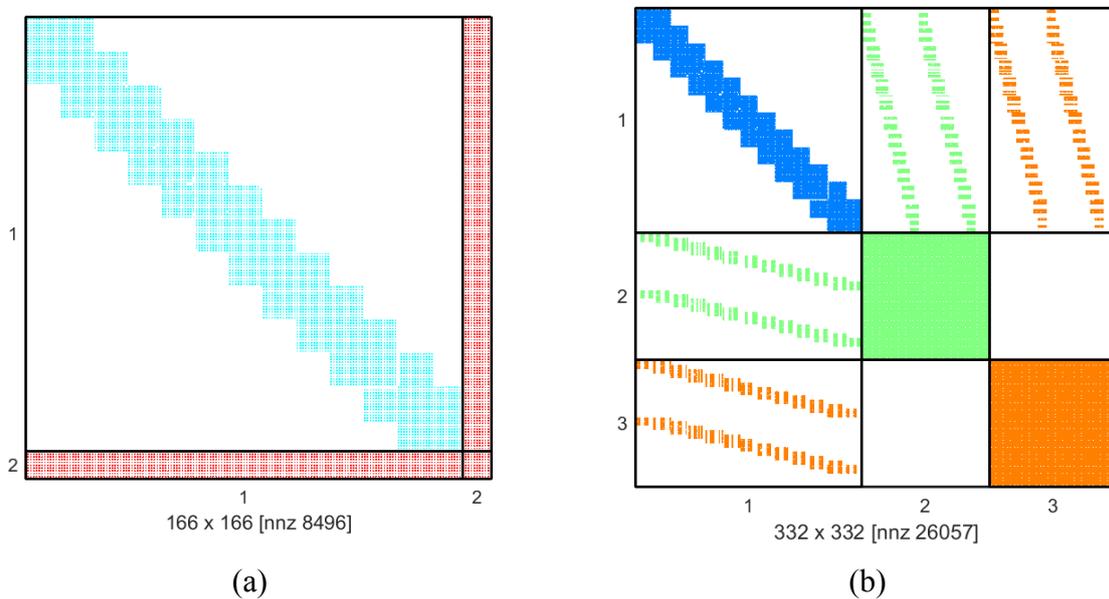


Figure 5.32 : Matrices réduites, a) par la méthode CMT, b) par la méthode Craig Bampton

#### 5.5.4 Validité de la stratégie FV : sous espace $V$ de dimension restreinte

On cherche maintenant à évaluer la stratégie de méta-modélisation FV présentée dans la section 5.3.3. La structure cylindrique présente des modes locaux entre les différents modes globaux. Pour initialiser le sous-espace de déformations principales, on utilise la stratégie multi-modèle

$$[T] = [\Phi_{a1|rigid} \quad \Phi(0,0)_{|a1} \quad \Phi(1,0)_{|a1} \quad \Phi(1,1)_{|a1} \quad \dots \quad \Phi(0,0)_{|a10} \quad \Phi(1,0)_{|a10} \quad \Phi(1,1)_{|a10}] \quad (5.40)$$

comme présenté en section 5.4.2. Pour 15 modes cibles, dix liaisons, et trois configurations de référence, auxquels on ajoute 6 modes de corps rigide de liaisons, on obtient un ensemble de

vecteurs de départ comptant 456. Après orthogonalisation, plusieurs vecteurs colinéaires ont été supprimés et on obtient un sous espace  $V$  engendré par une base  $T$  à 125 vecteurs.

La Figure 5.33 illustre des traces de déformées globales utilisées pour engendrer le sous-espace des déformées principales de liaison pour les deux configurations de référence  $\alpha = \beta = 0$  et  $\alpha = \beta = 1$ . Les modes de corps rigides ne sont pas présentés. Les principaux mouvements dans la liaison sont ceux de l'ouverture et fermeture des équerres ainsi que leurs mouvements de rotations relatives.

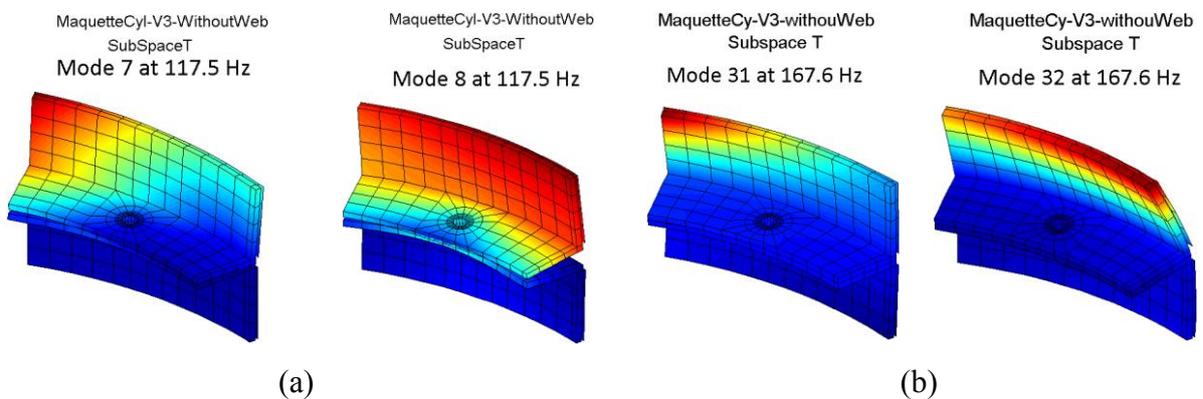


Figure 5.33 : Trace sur la première jonction des déformées modales dans la maquette cylindrique, a) pour  $\alpha = \beta = 0$ , b) pour  $\alpha = \beta = 1$

La Figure 5.34 présente les déformées principales définies dans la base  $V$  et qui décrivent les mêmes mouvements cités ci-dessus.

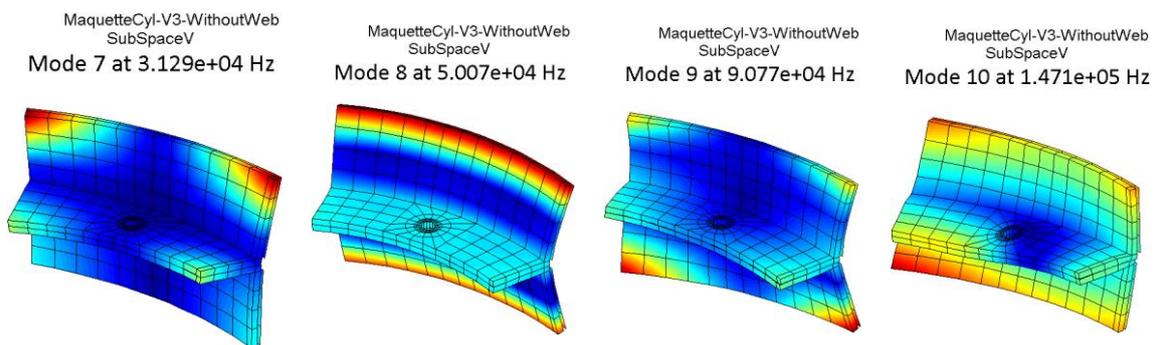


Figure 5.34 : Déformées principales du sous espace vectoriel  $V$  pour le modèle de maquette cylindrique

Dans un premier temps, on confirme la validité de la stratégie FV sans troncature pour les premiers modes globaux de flexion et torsion. Les résultats affichés dans Figure 5.35, sont

très proches du modèle MM. On constate comme précédemment que l'erreur est bien nulle au point de référence.

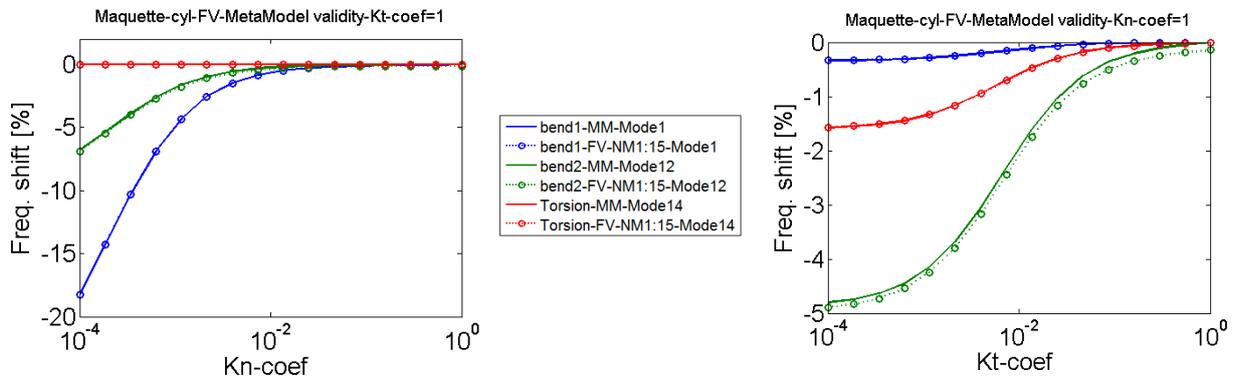


Figure 5.35 : Variation de la fréquence des modes globaux en fonction des raideurs normales (gauche) et tangente (droite) pour l'étude de validité de la stratégie FV pour le modèle de maquette cylindrique

Pour les modes locaux d'ovalisation des panneaux supérieurs (SP), la Figure 5.36 montre une erreur très faible mais aussi un niveau de couplage beaucoup plus faible. On confirme donc que ces modes ne devraient pas être amortis.

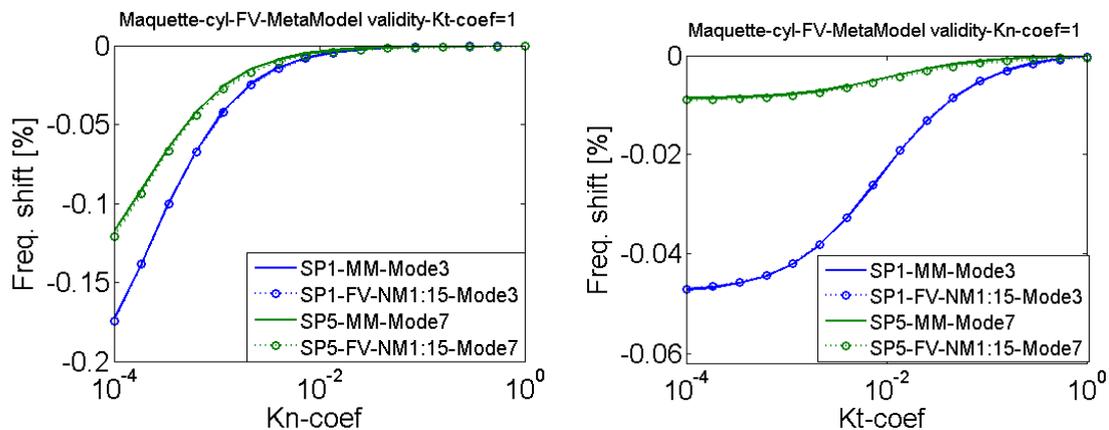


Figure 5.36 : Variation de la fréquence des modes locaux de panneaux supérieurs (SP) en fonction des raideurs normale (gauche) et tangente (droite) pour l'étude de validité de la stratégie FV pour le modèle de maquette cylindrique

La validité de la stratégie FV est liée à la taille du sous-espace  $V$ . On cherche donc maintenant à illustrer sa convergence. La Figure 5.37 cible le premier mode de flexion et fait varier le nombre de modes retenus dans l'ensemble de vecteurs  $T$  (5.40) pour engendrer le sous espace  $V$  qui n'est pas tronqué. On remarque, comme attendu une convergence

monotone quand la taille de  $V$  augmente. Mais même avec un nombre très restreint de modes, l'erreur reste acceptable.

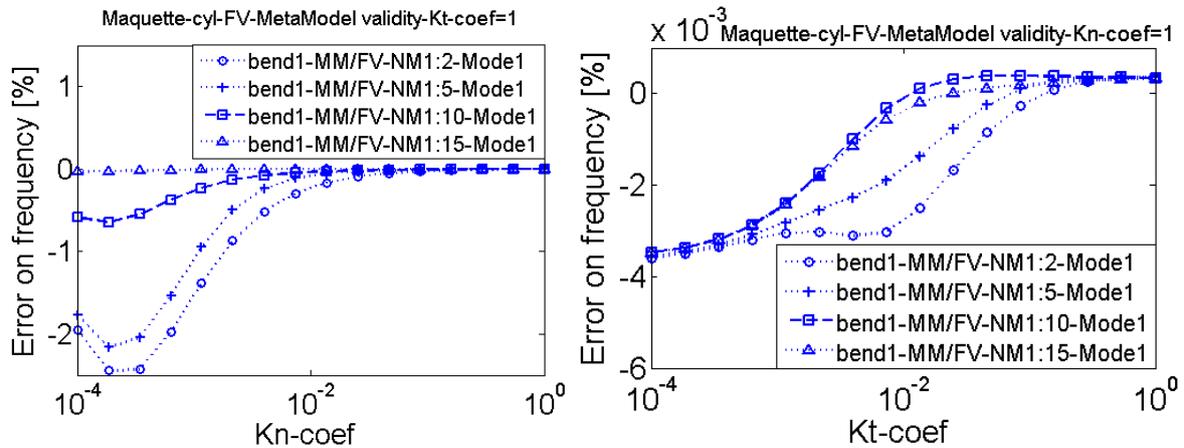


Figure 5.37 : Evolution de l'erreur en fréquence du premier mode en fonction de raideurs normale (gauche) et tangente (droite) pour des méta-modèles de différentes dimensions pour la maquette cylindrique

Plus le nombre de liaisons boulonnées augmente, plus la taille de  $T$  et éventuellement le nombre de vecteurs dans le sous espace  $V$  augmente.

Plutôt que restreindre le nombre de modes utilisé pour générer  $T$ , on peut considérer une troncature de la base  $V$ . On génère comme précédemment un  $V$  à partir des 456 vecteurs conservés pour  $NM = 15$ . On tronque ensuite  $V$  à ses 10 premiers vecteurs. Le résultat affiché en Figure 5.38 est clairement mauvais. En regardant les déformées de  $V$  affichés en Figure 5.34, on voit clairement qu'ils ne donnent pas de représentation de l'ouverture de la liaison ou de rotation relative des équerres. Ceci illustre que la classification obtenue par la résolution du problème aux valeurs propres (5.11) n'est pas adapté à une troncature de  $V$ . On montrera que la méthode PL donne de meilleurs résultats.

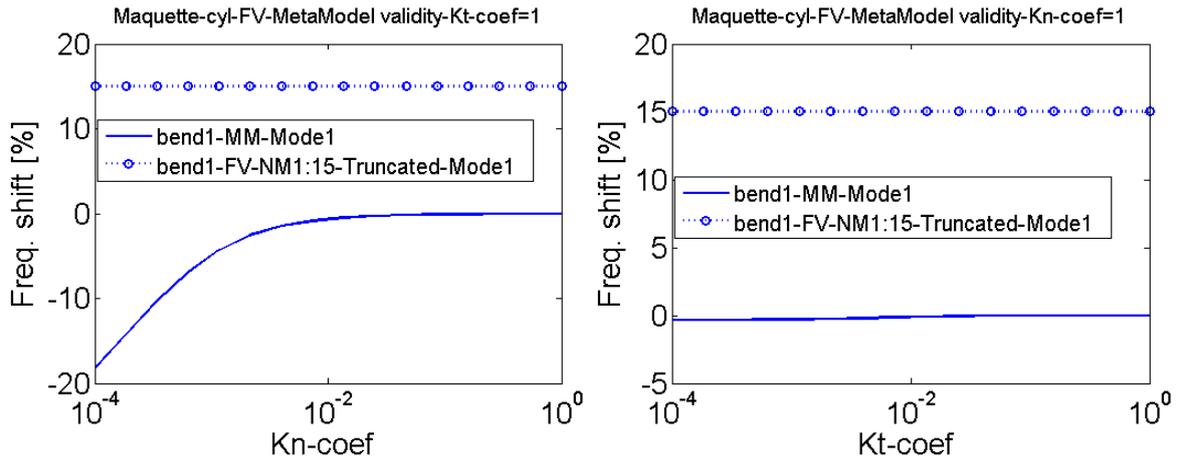


Figure 5.38 : Variation de la fréquence du premier mode en fonction des raideurs normale (gauche) et tangente (droite) pour l'étude de troncature du sous espace  $V$  à une dimension plus restreinte

### 5.5.5 Validité de la stratégie VD : Découplage des forces dans les liaisons

On cherche ici à confirmer que la méthode VD supposant le découplage des efforts de liaisons n'est pas valide. Pour limiter la difficulté, on conserve uniquement les deux modes premières flexion.

Comme en section 5.4.4, la Figure 5.39 illustre l'amplitude des termes extra-diagonaux dans les méta-modèles FV et VD. On remarque que ces termes sont importants et risquent donc d'être critiques dans une prédiction correcte de la réponse.

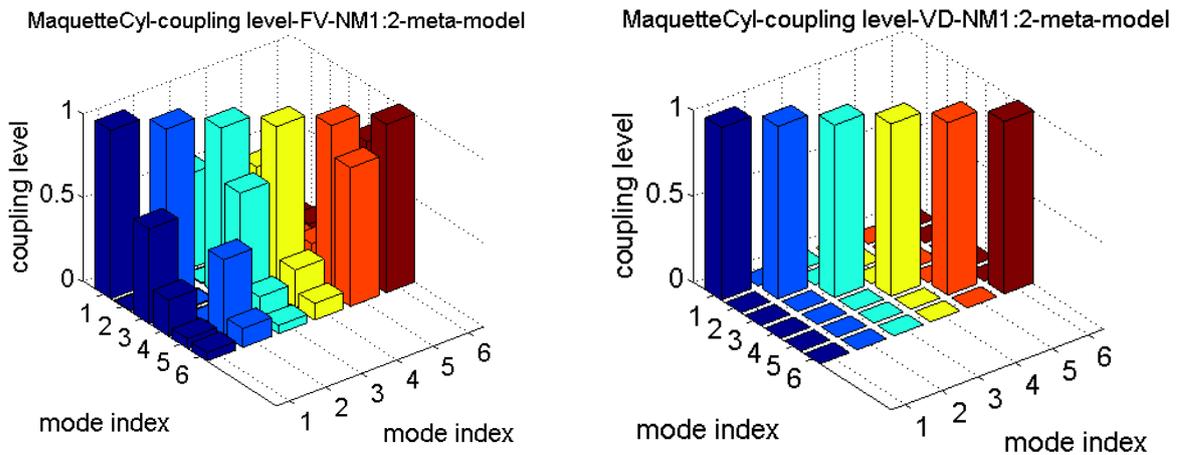


Figure 5.39 : Niveau de couplage des efforts principaux dans la liaison pour les approches FV (gauche) et VD (droite) dans la maquette cylindrique

La Figure 5.40 compare l'évolution de la fréquence du premier mode pour la réduction MM et le méta-modèle VD. Comme précédemment, le résultat est exact pour le point nominal et rapidement faux quand on s'en éloigne. Sur une gamme de points de conception assez large, le découplage des efforts principaux de la liaison n'est donc pas possible.

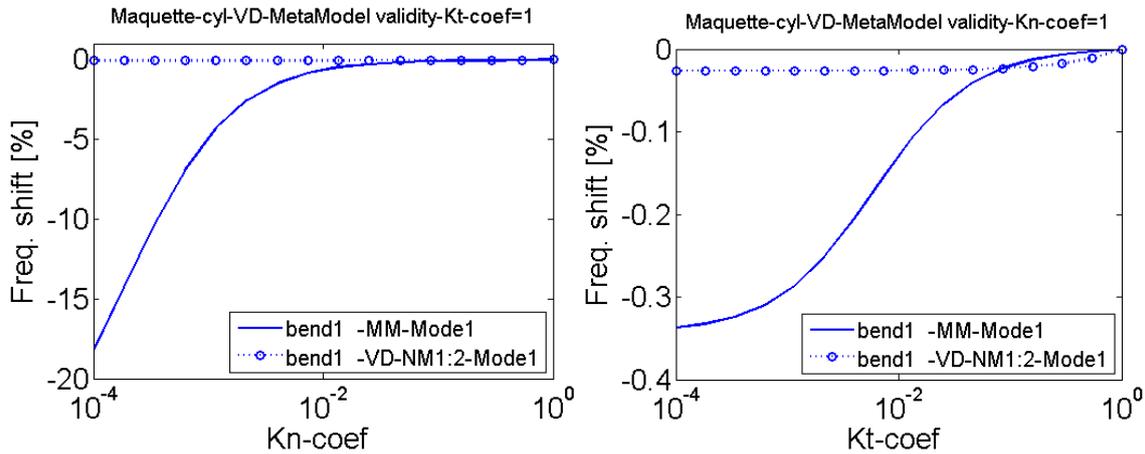


Figure 5.40 : Evolution de variation de fréquence du premier mode en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie VD dans la maquette cylindrique

### 5.5.6 Validité de la stratégie PL : Efforts principaux dans la liaison

On cherche maintenant à valider la stratégie d'efforts principaux PL. En ciblant le mode double de première flexion, on ne trouve que deux efforts principaux en effectuant la SVD de la matrice de raideur normale : ouverture en traction et rotation relative des équerres montrés en Figure 5.41a et b. Ces deux déformées ont une raideur plus grande d'un facteur  $10^4$  que les suivants. Bien que le nombre de liaisons soit ici bien plus grand, on constate que le nombre d'efforts principaux est plus faible que pour la structure prismatique étudiée dans la section 5.4.5, où quatre efforts principaux étaient nécessaires pour décrire les deux premiers modes de flexion. Les propriétés de symétrie des modes jouent donc un rôle important.

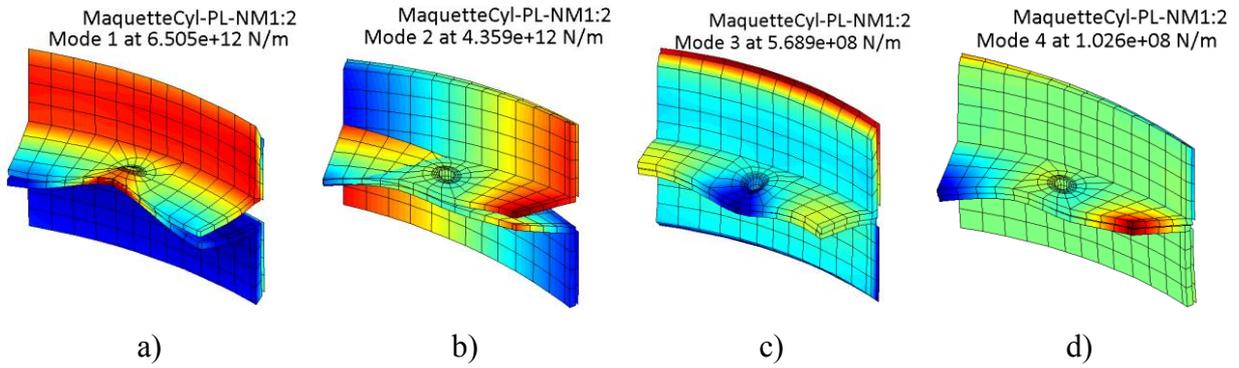


Figure 5.41 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de la matrice de raideur normale dans la maquette cylindrique, a) ouverture axiale, b) rotation locale relative, c) deuxième ouverture axiale, d) deuxième rotation locale relative

Dans la Figure 5.42, on affiche les quatre premières déformées associées aux efforts principaux de la matrice de raideur tangente. Les déformées suivantes ont une raideur moins grande d'un facteur  $10^{-4}$  que la première. Les mouvements principaux sont des rotations relatives dans le plan en vue d'ouverture des équerres.

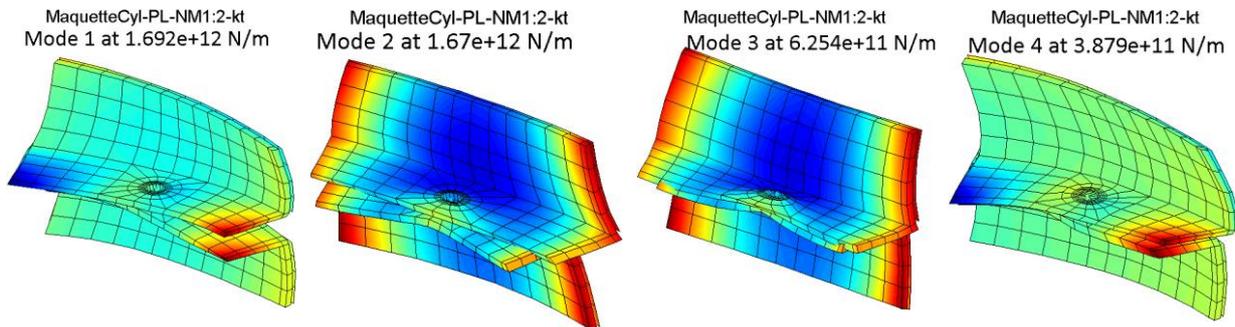


Figure 5.42 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de la matrice de raideur tangente dans la maquette cylindrique

La Figure 5.43 valide clairement la pertinence du modèle tronqué à deux efforts principaux. Comme toujours le point nominal est coïncidant. On constate, cependant ici une certaine difficulté à reproduire l'assouplissement de la liaison pour une raideur de contact faible.

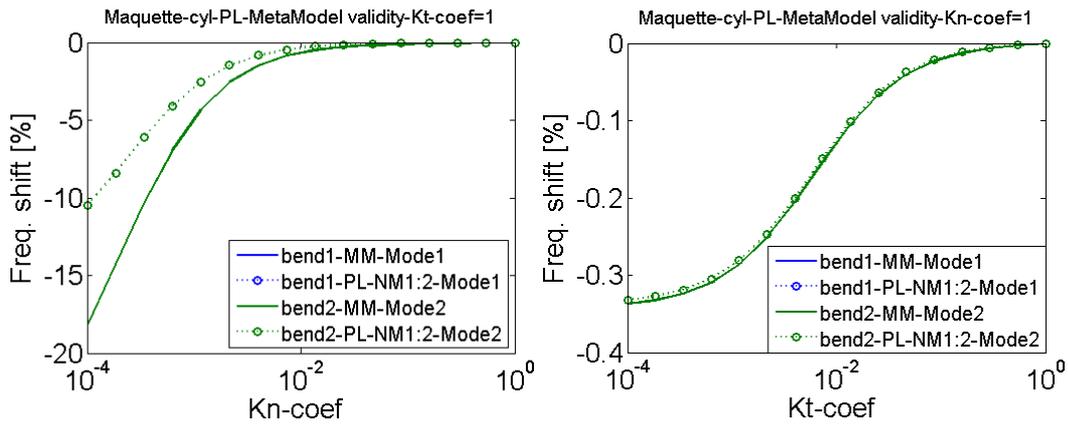


Figure 5.43 : Variation de fréquence des deux premiers modes en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie PL dans la maquette cylindrique

On cherche maintenant à analyser le premier mode seul. L'analyse des efforts principaux montre deux contributions affichées en Figure 5.44. Bien qu'ayant un seul mode, il y a dix liaisons et donc différents efforts transisant dans chacune vu la symétrie cyclique de la structure. Certaines liaisons sont en mouvement d'ouverture et/ou fermeture des équerres et d'autres présentent des mouvements locaux de rotation relative des équerres.

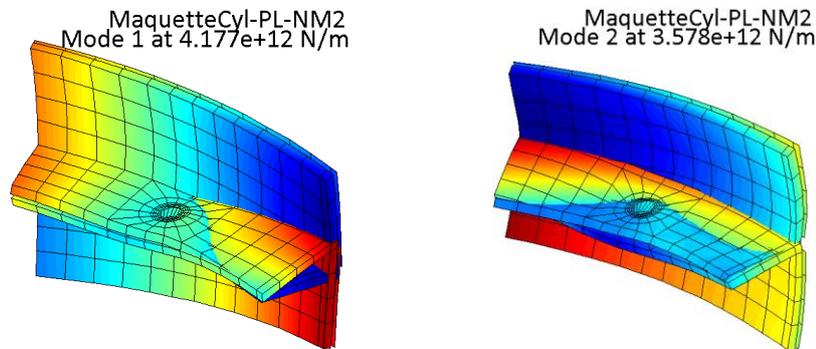


Figure 5.44 : Deux premières déformées principales associées aux efforts principaux normaux en ne ciblant que le premier mode

Pour confirmer que ces deux efforts sont nécessaires, on réalise un calcul en ne conservant que le premier. La Figure 5.45 confirme comme toujours, la validité du calcul au voisinage du point nominal et l'incapacité à reproduire des variations plus forte.

On constate donc qu'un seul effort principal ne pourrait pas décrire ce mode. On remarque qu'il s'agit toujours des deux mouvements d'ouverture axiale et de rotation locale relative des équerres qui dominant les efforts principaux dans la liaison en ciblant le premier

mode (Figure 5.44). La difficulté de ce phénomène de combinaison d'efforts principaux, détectée ici, se manifeste au niveau expérimental où on doit solliciter les deux déformées associées pour caractériser le mode ciblé.

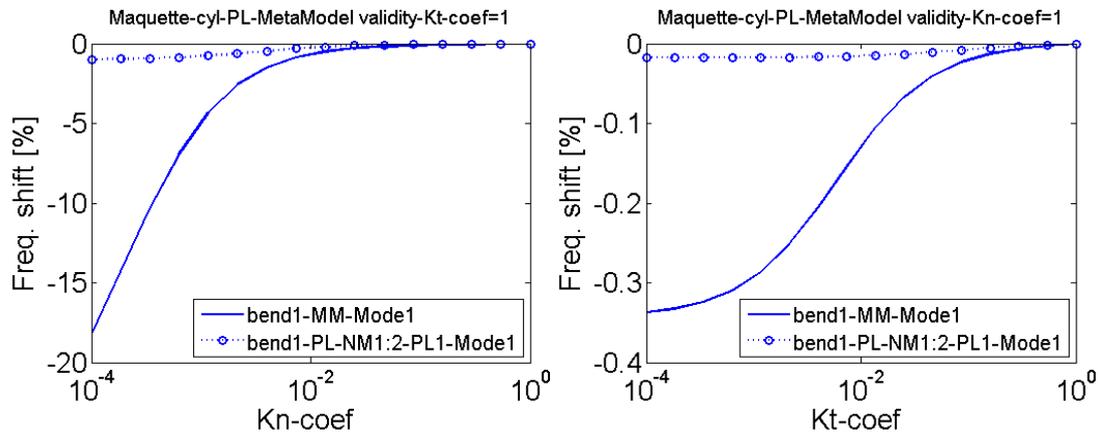


Figure 5.45 : Variation de fréquence du premier mode en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour un seul effort principal : stratégie PL dans la maquette cylindrique

On cherche maintenant à valider le comportement de la méthode pour un plus grand nombre de modes. En prenant  $NM = 15$  pour générer  $T$  (5.40), on construit un modèle PL avec 125 vecteurs en  $V$  et considérant tous les efforts principaux associées à la décomposition en valeurs singulières des matrices de raideurs normale et tangente. Dans la Figure 5.46, on trace l'évolution de la fréquence pour la première (Mode1) et la deuxième flexion (Mode12) en fonction des raideurs normales et tangentielles. On remarque que les approches MM et PL sont très proches sur une large gamme de points de conception avec quelques erreurs en assouplissant la raideur normale. Ces résultats sont prometteurs et engageant à poursuivre dans cette direction.

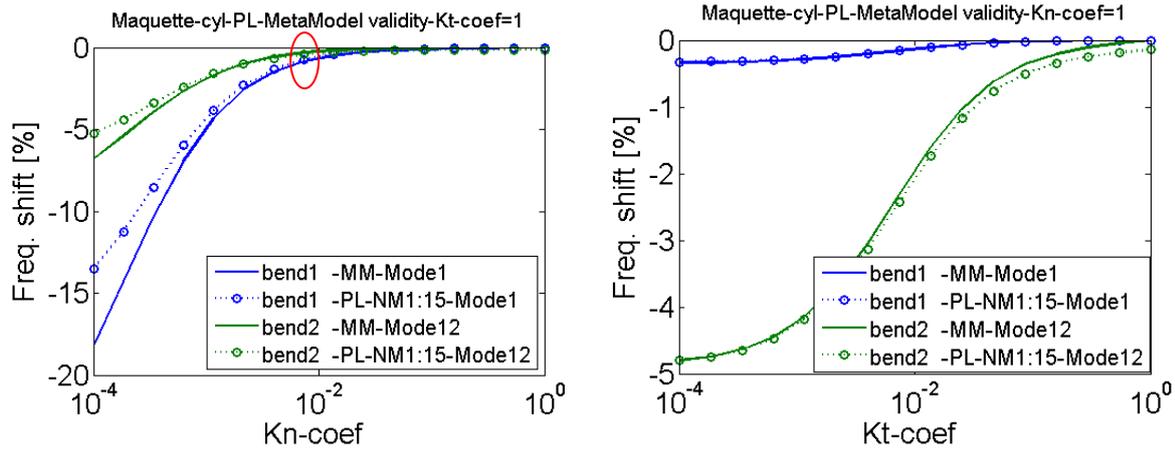


Figure 5.46 : Variation de fréquence des quinze premiers modes en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie PL dans la maquette cylindrique

On cherche maintenant à valider l'approche PL en utilisant un point nominal différent par exemple un point plus souple en raideur normale  $\alpha = 0.01, \beta = 1$  (correspondant au point encerclé en rouge dans la Figure 5.46). Pour éviter l'extrapolation de base, on enrichit la construction de sous-espace en incluant un ensemble de points de référence plus riche. Par exemple en prenant

$$[T] = [\Phi_{a1}|_{\text{rigid}} \quad \Phi(0,0)|_{a1} \quad \Phi(0.01,0)|_{a1} \quad \Phi(0.01,1)|_{a1} \quad \dots \quad \Phi(0,0)|_{a10} \quad \Phi(0.01,0)|_{a10} \quad \Phi(0.01,1)|_{a10}] \quad (5.41)$$

la Figure 5.47 présente la comparaison du modèle PL définie dans sa deuxième configuration (5.41) avec le modèle MM.

On remarque que la diagonalisation des matrices masse et rigidité de référence est bien effectuée pour définir le sous espace  $V$ . Ceci est démontré pour une erreur nulle au point nominal de référence. On arrive à faire coïncider les modèles PL et MM à plusieurs points de conception au voisinage du point nominal. Ailleurs, l'erreur entre eux devient plus importante.

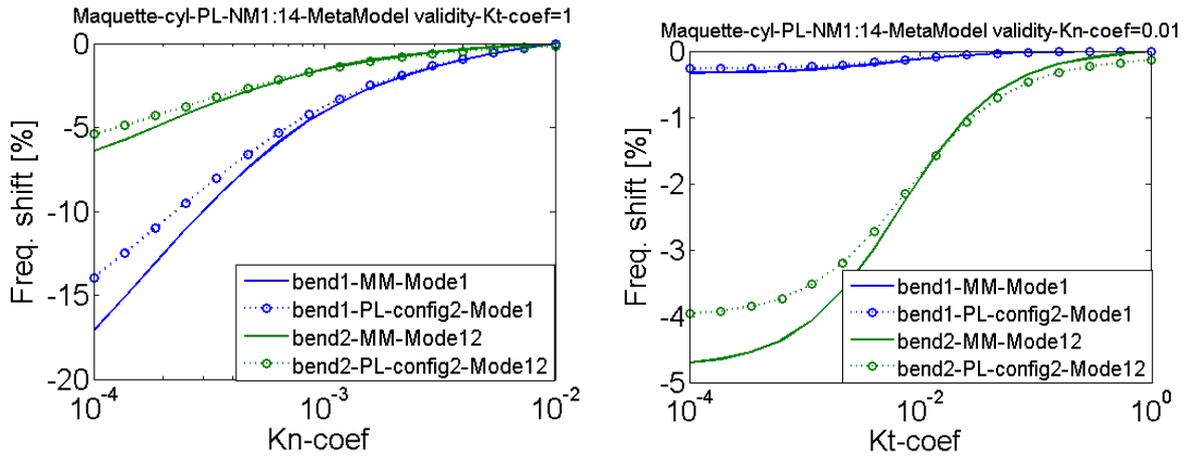


Figure 5.47 : Variation de fréquence des quinze premiers modes en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie PL dans une autre configuration de référence

L'étude de l'amortissement peut s'effectuer de la même façon que l'étude de la fréquence, présentée dans les différentes sections précédentes à travers l'étude paramétrique des couches viscoélastiques. Pour cette dernière configuration (5.41), une étude paramétrique de l'amortissement est réalisée en prenant un taux de perte égale à l'unité pour caractériser la dissipation dans la viscoélasticité. On présente dans la Figure 5.48 l'évolution de l'amortissement en fonction des raideurs normales et tangentielles pour les modèles PL et MM.

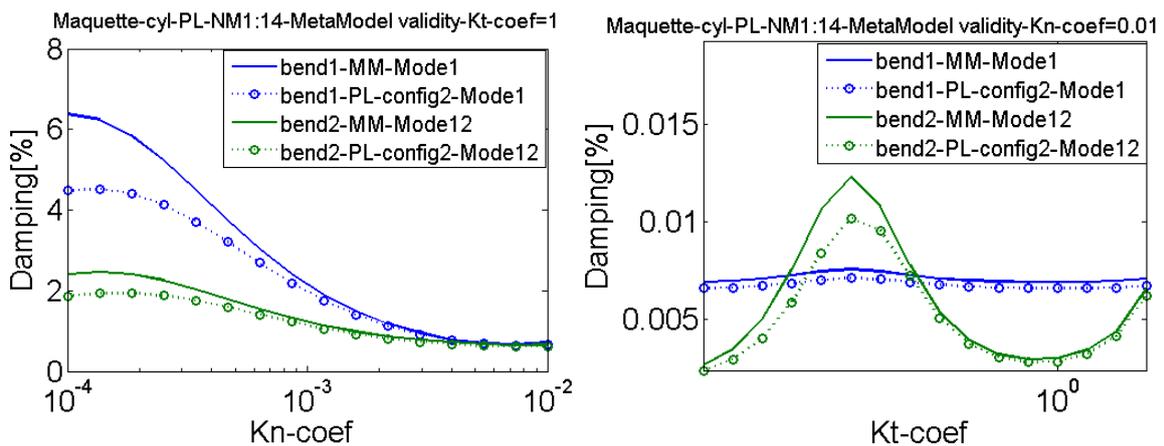


Figure 5.48 : Évolution de l'amortissement en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour l'approche PL

On remarque que les modèles PL et MM coïncident au point nominal de référence et sur un nombre de points de conception au voisinage, mais représentent des divergences ailleurs.





---

## **Chapitre 6. Conclusion générale**

---

L'objectif général de ce travail était la conception de la dissipation dans les assemblages mécaniques. Après avoir introduit les modèles classiquement utilisés pour obtenir une représentation physique des mécanismes de dissipation dans les liaisons, on a dans un premier temps, développé la notion de couplage pour mesurer la capacité des jonctions à dissiper. Cette mesure est issue d'une étude paramétrique déterminant la sensibilité des fréquences de la structure par rapport aux paramètres de conception définis aux interfaces de contact. Des exemples de complexité diverse, on permit de montrer l'utilité de ce critère simple pour évaluer la capacité d'introduire de l'amortissement.

Pour l'étude de l'amortissement engendré par des interfaces de liaison, on s'est intéressé à des modèles de couches viscoélastiques fines et a établi un lien avec la dissipation par friction en considérant des raideurs normales et tangentées. De tels modèles demandent une représentation fidèle de la géométrie de la liaison et génèrent donc des modèles de taille assez grande. Par ailleurs la conception est réalisée au travers de calculs de modes complexes pour des familles paramétriques de module et de taux de perte. On a donc utilisé et analysé la validité de différentes stratégies de réduction de modèle. On s'est servi en particulier de la réduction multi-modèle, pour permettre l'étude de raideurs variables dans les liaisons, et de la méthode CMT (Component Mode Tuning), pour dissocier un comportement d'ensemble linéaire et invariant et une modélisation paramétrée des liaisons.

Pour démontrer la validité des approches proposées, une maquette représentative de techniques de construction aéronautique a été conçue et testée. On s'est pour cet exemple particulièrement intéressé aux jonctions boulonnées d'équerres perpendiculaires au flux d'effort. L'étude du couplage a mis en évidence une sensibilité notable aux déformations de ces liaisons et donc motivé une conception dissipative. L'ajout de flexibilité dans une interface peut poser des risques de fatigue des boulons. On s'est intéressé à la précharge statique et confirmé numériquement l'existence d'une zone de compression associée à une zone cohésive conduisant à des efforts dynamiques négligeables dans le boulon. Pour préserver la tenue fonctionnelle tout en permettant une optimisation de l'amortissement, on a proposé une structuration de la surface de contact en une zone cohésive sous le boulon obtenue par l'ajout d'une rondelle métallique et une zone dissipative où on a cherché à optimiser le choix de propriétés de matériaux viscoélastiques. Les études de conception pour

matériau fictif et de validation pour matériau réel ont donné des prédictions d'amortissement intéressantes.

La conception proposée a été validée expérimentalement. Trois configurations d'interface ont été étudiées : un contact métallique peu dissipatif et deux matériaux viscoélastiques, le Smactane50 et le Smactane70 dont les épaisseurs sont choisies par le calcul. Les essais ont montré une nette augmentation de l'amortissement de la structure étudiée, associée à de faibles variations des fréquences modales. Ceci a confirmé la possibilité de préserver le comportement fonctionnel de la liaison tout en augmentant l'amortissement. L'étude de plusieurs choix de matériaux a confirmé l'utilité de procéder à une optimisation dont les paramètres sont le choix du matériau, de son épaisseur et éventuellement de la surface traitée, et l'objectif doit être l'amortissement induit sur une plage de températures.

On a par ailleurs constaté que les configurations viscoélastiques avaient un comportement notablement plus linéaire que la configuration avec contact métallique. Si le comportement linéaire est plutôt favorable, il convient de noter que l'amortissement devrait évoluer avec l'amplitude dans le cas de contact/frottement de la même manière qu'il évolue avec la température dans le cas viscoélastique.

Des défauts de forme importants ont été constatés dans les essais. Ces défauts induisent un contact partiel aux interfaces. En tenant compte de la zone de contact limitée, le calcul montre une diminution notable de l'amortissement par rapport à un contact total. La conception de liaisons dont la performance est robuste aux défauts d'assemblages, omniprésents dans les structures réelles, semble donc une extension nécessaire du travail présenté ici.

Les premiers développements ont montré la validité de conceptions basées sur des modèles physiques détaillés. Mais l'inclusion de telles représentations dans des modèles d'ensemble de structure aéronautiques est un enjeu clair, car le nombre de liaisons est généralement très important. On a donc, dans le dernier chapitre, présenté une réflexion sur le lien entre modèles locaux détaillés et méta-modèles de liaison ayant pour objectif de reproduire l'impact des liaisons sur le comportement global. Cette réflexion a été illustrée pour un exemple à deux liaisons contiguës inspiré de la maquette des chapitres précédents et un cas plus complexe de structure cylindrique à dix boulons.

Si rhéologies locales et méta-modèles sont représentés par le même type de modèles, on a fait apparaître que les méta-modèles donnent des relations entre des déformations et des efforts dont la définition est souvent source de confusion. Partant d'une représentation physique détaillée pour une configuration élastique de référence, on a introduit une méthodologie systématique de choix de déformations principales caractérisant la liaison et d'efforts associés, dépendant chacun d'une seule déformation. L'hypothèse d'existence de déformations principales et d'efforts découplés associés est clairement sous-jacente à l'utilisation d'essais élémentaires pour la construction de méta-modèles [25].

Différentes variantes de la procédure générale proposée ont été testées. La première stratégie consiste à réduire la base de déformations principales, définissant le méta-modèle, par sélection de modes cibles de la structure globale. La validité de cette approche, évaluée à travers des études paramétriques sur la réponse globale, a montré de bons résultats. Cependant le nombre de déformations principales nécessaires est important et une troncature simple donne de mauvais résultats. On a ensuite cherché à tester l'idée de négliger les dépendances croisées des méta-efforts aux déformations principales, correspondant à des couplages d'effort entre déformations principales. Cette stratégie a donné de mauvais résultats démontrant le besoin de considérer des couplages.

Pour permettre une description réduite des efforts, une troisième stratégie a été introduite pour représenter les efforts principaux par décomposition en valeurs singulières des raideurs obtenue par la première méthode sans troncature. Le premier résultat de cette approche est de mettre en évidence les efforts dominants dans la jonction. Les résultats associés ont un sens physique et peuvent être interprétés. Ces analyses semblent une bonne base pour la conception de banc d'essai de liaisons, qui devraient reproduire ces efforts dominants. Pour l'utilisation dans des études paramétriques, les résultats sont plutôt satisfaisants et montrent qu'un nombre restreint d'efforts permet bien de reproduire des résultats assez complexes.

De nombreuses perspectives restent ouvertes. L'extension des modèles physiques à des cas non-linéaires avec contact frottement a été abordée dans d'autres travaux du projet MAIAS et l'inclusion d'études paramétriques en amplitude et chargement complexes doit être considérée comme les études en module et taux de perte l'ont été ici. Les techniques de réduction de modèles utilisées ici posent des questions sur le choix de la délimitation optimale

des zones non-linéaires, sur le domaine de validité des réductions multi-modèles, ou la gestion de configurations à très grands nombres de jonctions.

Concernant l'idée de structuration des surfaces de contact. Le potentiel est clairement établi, mais de nombreux efforts seront nécessaires pour obtenir des procédures claires permettant d'aboutir à des configurations performantes et robustes aux variations de température ou chargement, ainsi qu'aux défauts de fabrication. Une réflexion sur l'influence des procédés de mise en œuvre paraît à ce titre indispensable. L'optimisation des mastics d'étanchéité utilisés actuellement ou des stratégies de polymérisation directe du matériau viscoélastique dans les jonctions paraissent intéressantes.

L'introduction de méta-modèles paraît indispensable pour la prise en compte de jonctions dans les modèles de calcul utilisés dans le processus normal de conception de structures aéronautiques complexes. La réflexion proposée fait clairement apparaître l'existence d'efforts principaux et de déformations associées. Une poursuite de ces développements, en particulier pour des configurations avec non-linéarités, sera certainement une étape nécessaire.



---

# Références

---

- [1] E. Balmes, “Integrating damping and non-linearities in a vibration design process,” in *DINAME*, Rio de Janeiro, Brazil, 2013.
- [2] C. F. Beards, “Some effects of interface preparation on frictional damping in joints,” *International Journal of Machine Tool Design and Research*, vol. 15, no. 1, pp. 77–83, May 1975.
- [3] C. F. Beards and J. L. Williams, “The damping of structural vibration by rotational slip in joints,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 53, no. 3, pp. 333–340, Aug. 1977.
- [4] R. P. Donnelly Jr and R. L. Hinrichsen, “The effect of energy dissipation due to friction at the joint of a simple beam structure,” *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 11, pp. 1022–1027, 1988.
- [5] C. F. Beards and A. Woowat, “The control of frame vibration by friction damping in joints,” *Journal of vibration, acoustics, stress, and reliability in design*, vol. 107, no. 1, pp. 26–32, 1985.
- [6] H. Festjens, “Contribution à la caractérisation et à la modélisation du comportement dynamique des structures assemblées,” PHD thesis, Ecole Centrale Paris, 2014.
- [7] F. Renaud, J. L. Dion, and G. Chevallier, “Characterization of the viscoelastic materials up to 10 000 Hz without using time-temperature superposition,” in *Vibrations Shocks and Noise*, Aix en provence, France, 2014.
- [8] J. Fortes Da Cruz, I. Lemaire-Caron, G. Inglebert, A.-M. Durand, and R. Merhej, “Combined Study of Damage and Damping Phenomenon in Coated Contacts at Ambient Temperature,” in *ASME 2012 11 th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Nantes, France, 2012, vol. 4, pp. 599–603.
- [9] L. Gaul, S. Hurlebaus, J. Wirtzner, and H. Albrecht, “Enhanced damping of lightweight structures by semi-active joints,” *Acta Mech.*, vol. 195, no. 1–4, pp. 249–261, 2008.
- [10] L. Gaul and R. Nitsche, “The Role of Friction in Mechanical Joints,” *Appl. Mech. Rev.*, vol. 54, no. 2, pp. 93–106, Mar. 2001.
- [11] J. Abad, J. M. Franco, R. Celorrio, and L. Lezàun, “Design of experiments and energy dissipation analysis for a contact mechanics 3D model of frictional bolted lap joints,” *Adv.Eng.Software*, vol. 45, no. 1, pp. 42–53, 2012.
- [12] A. Caignot, “Prédiction par essais virtuels de l’amortissement dans les structures spatiales,” PHD thesis, Ecole normale supérieure de Cachan, 2009.
- [13] S. LE Loch, “Modélisation et identification de l’amortissement dans les structures spatiales,” PHD thesis, Ecole normale supérieure de Cachan, 2003.

- [14] Z. Abbadi, “Modélisation prédictive de l’amortissement dans les modèles vibroacoustiques de caisses automobiles pour la réduction du bruit et vibrations,” PHD thesis, Ecole Centrale Paris, 2005.
- [15] L. Heller, “Amortissement dans les structures assemblées,” PHD thesis, UFR des sciences et techniques de l’université de Franche-Comté, 2005.
- [16] N. Merlette, “amortissement des caisses automobiles par des films minces viscoélastiques pour l’amélioration du confort vibratoire,” PHD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2005.
- [17] A. D. Crocombe, R. Wang, G. Richardson, and C. I. Underwood, “Estimating the energy dissipated in a bolted spacecraft at resonance,” *Comput.Struct.*, vol. 84, no. 5–6, pp. 340–350, 2006.
- [18] R. Wang, A. Crocombe, G. Richardson, and C. Underwood, “Modelling of damping in small satellite structures incorporating bolted joints,” in *19th Annual AIAA/USU, Small Satellite Conference*, 2005.
- [19] J. D. Ferry, *Viscoelastic Properties of Polymers*. John Wiley & Sons, 1980.
- [20] M. Groper, “Microslip and macroslip in bolted joints,” *Exp.Mech.*, vol. 25, no. 2, pp. 171–174, 1985.
- [21] J. Case, “Chapter iv - riveted joints,” in *The Strength of Materials (Second Edition)*, Arnold, 2014, pp. 63–71.
- [22] B. Singh and B. K. Nanda, “Slip Damping Mechanism in Welded Structures Using Response Surface Methodology,” *Experimental mechanics*, vol. 52, no. 7, pp. 771–791, 2012.
- [23] “airbushelicopters.” [Online]. Available: <http://airbushelicopters.ajaris.com/airbushelicopters/categories>.
- [24] G. Vermot Des Roches and E. Balmes, “Testbed design,” Rapport interne EADS R11-MAIAS-Sp4-testbed, Jul. 2011.
- [25] H. Festjens, G. Chevallier, and J. L. Dion, “Nonlinear model order reduction of jointed structures for dynamic analysis,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 7, pp. 2100–2113, Mar. 2014.
- [26] D. D. Quinn, “Modal analysis of jointed structures,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331, no. 1, pp. 81–93, 2012.
- [27] D. Amsallem, M. J. Zahr, and C. Farhat, “Nonlinear model order reduction based on local reduced-order bases,” *Int. J. Numer. Meth. Engng*, vol. 92, no. 10, pp. 891–916, 2012.
- [28] D. J. Segalman, “Model Reduction of Systems With Localized Nonlinearities,” *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2007.
- [29] R. S. Lakes, *Viscoelastic Solids*. CRC Press, 1998.
- [30] E. Balmes and Leclère, J.M., “Viscoelastic vibration toolbox,” SDTools, User’s guide, Jul. 2007.
- [31] J. Salençon, *Viscoélasticité pour le calcul des structures*. Editions Ecole Polytechnique, 2009.
- [32] A. D. Nashif and J. P. Henderson, *Vibration Damping*. John Wiley & Sons, 1985.
- [33] T. Vinh, “Sur le passage du régime harmonique au régime transitoire viscoélastique,” *Mémorial de l’artillerie française*, vol. 3eme fascicule, 1967.

- [34] M. Soula, T. Vinh, Y. Chevalier, T. Beda, and C. Esteoule, “Measurements of isothermal complex moduli of viscoelastic materials over a large range of frequencies,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 205, no. 2, pp. 167–184, Aug. 1997.
- [35] A. R. Payne, “The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. Part I,” *J. Appl. Polym. Sci.*, vol. 6, no. 19, pp. 57–63, Jan. 1962.
- [36] M. Caputo and F. Mainardi, “Linear models of dissipation in anelastic solids,” *La Rivista del Nuovo Cimento*, vol. 1, no. 2, pp. 161–198, Apr. 1971.
- [37] T. Vinh and P. N., “Vibrations stationnaires et non stationnaires des corps viscoélastiques. Détermination des modules complexes,” in *La rhéologie*, B. éd., Masson, Paris: Persoz.
- [38] G. Kergourlay, E. Balmès, and G. Legal, “A characterization of frequency–temperature–prestress effects in viscoelastic films,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 297, no. 1–2, pp. 391–407, Oct. 2006.
- [39] F. Renaud, “Etude de l’incidence des comportements dissipatifs dans les instabilités vibratoires des systèmes de freinages,” thèse de doctorat, Ecole centrale de Paris, 2011.
- [40] N. Heymans and J.-C. Bauwens, “Fractal rheological models and fractional differential equations for viscoelastic behavior,” *Rheola Acta*, vol. 33, no. 3, pp. 210–219, May 1994.
- [41] K. B. Oldham and J. Spanier, *The Fractional Calculus*, Academic Press., vol. 111. 1974.
- [42] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications*. Academic Press, 1998.
- [43] R. L. Bagley and P. J. Torvik, “A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity,” *Journal of Rheology (1978-present)*, vol. 27, no. 3, pp. 201–210, Jun. 1983.
- [44] L. Roger, C. Johnson, and D. Keinholz, “The modal strain energy finite element method and its application to damped laminated beams,” *Shock and Vibration Bulletin*, vol. 51, 1981.
- [45] G. Lallement and D. J. Inman, “A tutorial on complex eigenvalues,” in *XIIIth IMAC*, 1995, pp. 490–495.
- [46] S. R. Ibrahim, “Existence and Normalization of Complex Modes for Post Experimental Use in Modal Analysis,” in *Modal Analysis and Testing*, Springer Netherlands, 1999, pp. 441–452.
- [47] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1987.
- [48] H. Hertz, “Über die Berührung fester elastischer Körper (Sur le contact entre corps élastiques),” vol. 92, pp. 156–171, 1881.
- [49] S. Signorini, “Sopra alcune questioni di elastostatica,” in *Atti della Societa Italiana per il Progresso delle Scienze*, 1933.
- [50] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, “Contact of Nominally Flat Surfaces,” *PrProceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 295, no. 1442, pp. 300–319, 1966.

- [51] G. Vermot Des Roches, O. Chiello, E. Balmes, and X. Lorang, “benchmarking signorini and exponential contact laws for an industrial train brake squeal application,” in *ISMA*, Leuven, Belgium, 2012, vol. 2.
- [52] H. B. Armstrong, P. Dupont, and C. C. De Wit, “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,” *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp. 1083–1138, 1994.
- [53] C. A. Coulomb, *Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages*. Bachelier (Paris), 1821.
- [54] D. Ottl, *Schwingungen mechanischer Systeme mit Strukturdämpfung / Dieter Ottl*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1981.
- [55] P. R. Dahl, “A solid friction model,” *Aerospace Corp., El Segundo, CA, Tech. RepTOR-0158(3107-18)-1*, 1968.
- [56] C. C. de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky, “A new model for control of systems with friction,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 3, pp. 419–425, Mar. 1995.
- [57] W. D. Iwan, “A Distributed-Element Model for Hysteresis and Its Steady-State Dynamic Response,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 33, no. 4, pp. 893–900, 1966.
- [58] P. A. Bliman and M. Sorine, “A system-theoretic approach of systems with hysteresis. Application to friction modelling and compensation,” in *European Control Conference, ECC’93*, 1993, vol. Groningen, The Netherlands, pp. 1844–1845.
- [59] E. Balmes, “Parametric families of reduced finite element models. Theory and applications,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 10, no. 4, pp. 381–394, 1996.
- [60] K. J. Bathe and S. Gracewski, “On nonlinear dynamic analysis using substructuring and mode superposition,” *Computers & Structures*, vol. 13, pp. 699–707, 1981.
- [61] D. D. Klerk, D. J. Rixen, and S. N. Voormeeren, “General Framework for Dynamic Substructuring: History, Review and Classification of Techniques,” *AIAA Journal*, vol. 46, no. 5, pp. 1169–1181, 2008.
- [62] D. J. Rixen, “A dual Craig–Bampton method for dynamic substructuring,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 168, no. 1–2, pp. 383–391, juillet 2004.
- [63] R. H. MacNeal, “A hybrid method of component mode synthesis,” *Computers & Structures*, vol. 1, no. 4, pp. 581–601, décembre 1971.
- [64] W. A. Benfield and R. F. Hruda, “Vibration Analysis of Structures by Component Mode Substitution,” *AIAA Journal*, vol. 9, no. 7, pp. 1255–1261, 1971.
- [65] M. C. C. Bampton and R. R. Craig, JR., “Coupling of substructures for dynamic analyses,” *AIAA Journal*, vol. 6, no. 7, pp. 1313–1319, 1968.
- [66] G. Vermot Des Roches, J. Bianchi, E. Balmes, R. Lemaire, and T. Pasquet, “Using component modes in a system design process,” in *Proc. IMAC*, 2010.
- [67] A. Senechal, “Rapport d’avancement semestriel n°2 du projet MAIAS,” Rapport interne EADS 2012-31890-2-IW-SP, Jan. 2012.
- [68] J. Guillot, “Modélisation et Calcul des Assemblages Vissés. Généralités,” *Techniques de l’ingénieur Assemblages et fixations mécaniques*, 2007.
- [69] H. H. Gould and B. B. Mikic, “Areas of contact and pressure distribution in bolted joints,” *J Eng Ind Trans ASME*, vol. 94 Ser B, no. 3, pp. 864–870, 1972.

- [70] J. Bickford, *An Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints, Third Edition, Revised and Expanded*. CRC Press, 1995.
- [71] K. Schiffner and C. D. gen. Helling, "Simulation of prestressed screw joints in complex structures," *Computers & Structures*, vol. 64, no. 5–6, pp. 995–1003, Sep. 1997.
- [72] F. Rotscher, *Die Maschinellente*, vol. Julius Springer. 1927.
- [73] T. F. Lehnhoff, K. I. Ko, and M. L. Mckay, "Member stiffness and contact pressure distribution of bolted joints," *ASME J. Mech. Des*, vol. 116, pp. 550–557, 1994.
- [74] R. E. Little, "Bolted joints: How much give?," vol. *Machine Design*, pp. 338–339, Nov-1967.
- [75] C. C. Osgood, "Saving Weight on Bolted Joints," *Machine Design*, pp. 338–339, Oct. 1970.
- [76] VDI 2230 BLATT 1, "Systematische berechnung hochbeanspruchter schraubenverbindungen zylindrische einschraubenverbindungen," pp. 1–169, 2003.
- [77] J. Rasmussen, I. B. Norgaard, O. Haastrup, and J. Haasturp, "A two body contact problem with friction," in *Euromech Colloquim NR 110 Rimforsa*, 1978, pp. 115–120.
- [78] J. Massol, "Études des brides boulonnées précontraintes soumises à des chargements de fatigue," PHD thesis, INSA de Toulouse, France, 1994.
- [79] F. Alkatan, P. Stephan, A. Daidie, and J. Guillot, "Equivalent axial stiffness of various components in bolted joints subjected to axial loading," *Finite Elements Anal.Des.*, vol. 43, no. 8, pp. 589–598, 2007.
- [80] R. Kellermann and H. C. Klein, "Untersuchungen über den Einfluß der Reibung auf Vorspannung und Anzugsmoment von Schraubenverbindungen," *Konstruktion, Springer Verlag*, vol. 2, 1955.
- [81] J. Kim, J.-C. Yoon, and B.-S. Kang, "Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints," *Appl.Math.Model.*, vol. 31, no. 5, pp. 895–911, 2007.
- [82] J. M. Stallings and D. Y. Hwang, "Modeling pretensions in bolted connections," *Comput.Struct.*, vol. 45, no. 4, pp. 801–803, 1992.
- [83] Y. Karim and C. Blanzé, "Vibration reduction of a structure by design and control of a bolted joint," *Computers & Structures*, vol. 138, pp. 73–85, Jul. 2014.
- [84] A. Caignot, P. Ladevèze, D. Néron, and J.-F. Durand, "Virtual testing for the prediction of damping in joints," *Eng.Comput*, vol. 27, no. 5, pp. 621–644, 2010.
- [85] S.-H. Ju, C.-Y. Fan, and G. H. Wu, "Three-dimensional finite elements of steel bolted connections," *Eng.Struct.*, vol. 26, no. 3, pp. 403–413, 2004.
- [86] J. Montgomery, "Methods for modeling bolts in the bolted joint," presented at the ANSYS User's Conference, 2002.
- [87] W. Heylen, S. Lammens, and P. Sas, *Modal analysis: Theory and testing*. Leuven: KUL Press, 1997.
- [88] D. J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2nd edition. Baldock: Research Studies Press LTD, 2000.
- [89] E. Balmes, "Integration of existing methods and user knowledge in a mimo identification algorithm for structures with high modal densities," in *IMAC*, 1993, pp. 613– 619.

- [90] E. Balmes, "Frequency domain identification of structural dynamics using the pole/residue parametrization," presented at the International Modal Analysis Conference, 1996, pp. 540–546.
- [91] D. L. Brown, R. J. Allemang, R. Zimmerman, and M. Mergeay, "Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis," SAE International, Warrendale, PA, SAE Technical Paper 790221, Feb. 1979.
- [92] P. van Overschee and B. L. de Moor, *Subspace Identification for Linear Systems: Theory - Implementation - Applications*, Édition : Softcover reprint of the original 1st ed. 1996. Boston, MA: Springer-Verlag New York Inc., 2011.
- [93] R. B. Spencer, "A time domain modal vibration test technique," *The Shock and Vibration Digest*, vol. 6, no. 6, pp. 60–60, 1974.
- [94] B. Peeters, H. Van der Auweraer, P. Guillaume, and J. Leuridan, "The Polymax frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation?," *Shock and Vibration*, vol. 11, no. 3–4, pp. 395–409, 2004.
- [95] S. R. Ibrahim, "Computation of Normal Modes from Identified Complex Modes," *AIAA Journal*, vol. 21, no. 3, pp. 446–451, 1983.
- [96] Q. Zhang and G. Lallement, "Comparison of normal eigenmodes calculation methods based on identified complex eigenmodes," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 24, no. 1, pp. 69–73, 1987.
- [97] N. Niedbal, "Analytical determination of real normal modes from measured complex responses," in *25th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [98] E. Foltête, "Identification modale de structures lineaires et faiblement non-lineaires," PHD thesis, Université de Franche-Comté, 1998.
- [99] E. Balmes, "New results on the identification of normal modes from experimental complex modes," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 11, no. 2, pp. 229–243, Mar. 1997.
- [100] J. Piranda, "Analyse modale expérimentale," vol. base documentaire : TIB420DUO, 2001.
- [101] R. J. Allemang, "The modal assurance criterion - Twenty years of use and abuse," *Sound.Vib.*, vol. 37, no. 8, pp. 14–21, 2003.
- [102] G. Martin and E. Balmes, "Improved modal assurance criterion using a quantification of identification errors per mode/sensor," in *ISMA2014*, Leuven, Belgique, 2014.
- [103] G. Vermot Des Roches, "Frequency and time simulation of squeal instabilities. Application to the design of industrial automotive brakes.," Ecole Centrale Paris, 2011.
- [104] G. Vermot Des Roches and E. Balmes, "Numerical estimation of friction induced modal damping in bolted structures," Rapport interne EADS R13-MAIAS-Friction Damping, Feb. 2014.
- [105] "arianespace." [Online]. Available: <http://www.arianespace.com/news-feature-story/2009/05-26-2009-herschel-planck-sylda-deployment.asp>.
- [106] A. Senechal, "Compte rendu," Rapport interne EADS CR-MAIAS-SP4-M04-A13, Avril 2013.

- [107] S. Donders, M. Brughmans, L. Hermans, C. Liefoghe, H. Van der Auweraer, and W. Desmet, “The robustness of dynamic vehicle performance to spot weld failures,” *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 42, no. 8–9, pp. 670–682, May 2006.
- [108] I. EADS, “Projet MAIAS, FUI 9,” 2014 2010.
- [109] T. Gmür, *Dynamique des structures: analyse modale numérique*. PPUR presses polytechniques, 1997.
- [110] R. R. Craig, “A review of time-domain and frequency-domain component mode synthesis method,” *Int. J. Anal. and Exp. Modal Analysis*, vol. 2, no. 2, pp. 59–72, 1987.



---

# Liste des figures

---

Figure 1.1: Processus de conception vibratoire classique .....	11
Figure 1.2 : Partenaires du projet MAIAS .....	12
Figure 1.3 : Cycle de conception en V .....	13
Figure 1.4 : Fuselage Eurocopter [23].....	14
Figure 1.5 : Types de liaisons étudiés dans le projet MAIAS [24] .....	14
Figure 1.6 : Maquette .....	15
Figure 2.1 : Cycle de contrainte-déformation pour un matériau viscoélastique sous excitation harmonique.....	20
Figure 2.2 : Variation du module de stockage et du facteur de perte en fonction de la température.....	22
Figure 2.3 : Évolution des caractéristiques viscoélastiques en fonction de la fréquence, à température fixe. a) module de stockage, b) facteur de perte .....	23
Figure 2.4: Modèles rhéologiques viscoélastiques : a) Maxwell, b) Kelvin-Voigt, c) Amortissement structural, d) Zener, e) Maxwell généralisé .....	24
Figure 2.5 : a) Voigt fractal, b) kelvin-Voigt fractionnaire.....	25
Figure 2.6 : a) Modélisation du contact et frottement entre deux surfaces S1 et S2, b) gap définissant le contact entre deux surfaces .....	30
Figure 2.7 : Lois de contact [14] .....	31
Figure 2.8 : a) Coulomb régularisé, b) Modèle rhéologique : élément de Jenkins .....	32
Figure 2.9 : Modèle de calcul de gap en éléments finis .....	33
Figure 2.10 : Structure de poutres articulées.....	35
Figure 2.11 : (a) Pôles des dix premiers modes, (b) Zoom sur les pôles des deux premiers modes .....	37
Figure 2.12 : Évolution des fréquences et taux d'amortissement des deux premiers modes propres pour une raideur de liaison variable dans $10 - 3,103 N/m$ .....	37

Figure 2.13 : (a) Évolution des fréquences et taux d'amortissement des deux premiers modes propres pour une raideur de liaison variable dans $10 - 3, 105 N/m$ , (b) Lieu des pôles des 2 premiers modes .....	38
Figure 2.14: Déformées modales associées aux deux premiers modes propres, haut : $kv = 10 - 3$ , centre: $kv = 102$ , bas : $kv = 105$ .....	38
Figure 2.15: Évolution des fréquences et taux d'amortissement des deux premiers modes propres pour une raideur de liaison variable pour $\eta = 10 - 3$ .....	39
Figure 2.16: Évolution du taux d'amortissement du premier mode propre pour une raideur de liaison et un facteur de perte variable et .....	39
Figure 2.17 : Isovaleurs du taux d'amortissement du deuxième mode propre dans un espace de raideur de liaison/facteur de perte variables .....	40
Figure 2.18: Réponses temporelle et fréquentielle du système de poutres articulées, à l'extrémité .....	41
Figure 2.19: Évolution temporelle de la force non linéaire, a) vitesse importante, b) vitesse très faible .....	41
Figure 2.20: Évolution temporelle de l'énergie modale du système des six premiers modes .	43
Figure 2.21: Évolution temporelle de l'énergie mécanique totale du système, a) en échelle logarithmique, b) en échelle linéaire .....	43
Figure 2.22: Évolution temporelle de l'énergie mécanique pour plusieurs valeurs de vitesse	44
Figure 2.23: Évolution temporelle du taux d'amortissement pour différentes valeurs de vitesse .....	44
Figure 2.24 : Lap-joint .....	50
Figure 2.25 : Déformées modales et isovaleurs de la variation de la fréquence associée dans un plan raideur normale/raideur tangentiel .....	51
Figure 2.26 : Hublot .....	51
Figure 3.1 : Modèle de maquette complet (conception Catia) .....	56
Figure 3.2 : a) Composants des caissons, b) vue éclatée du caisson long, c) jonction EC, d) vue éclatée de la jonction EC .....	57
Figure 3.3 : Modèle en éléments finis de la maquette .....	58
Figure 3.4 : Les quatre appuis dans la maquette .....	59
Figure 3.5 : Modes globaux et locaux du modèle, a) Flexion X, b) Flexion Y, c) Mode de panneaux supérieurs, d) Deuxième flexion X, e) Torsion .....	60
Figure 3.6 : Énergie de déformation dans la maquette en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique .....	62

Figure 3.7: Déformées modales associées au premier mode propre pour différentes valeurs de module d'Young du matériau viscoélastique. a) $E\nu = 72 \text{ KPa}$ , b) $E\nu = 10 \text{ GPa}$ .....	63
Figure 3.8 : Modèle de liaison boulonnée .....	64
Figure 3.9 : Zone comprimée des pièces assemblées et section équivalente .....	64
Figure 3.10: Couple de serrage et précharge.....	65
Figure 3.11 : Modèles éléments finis de boulon .....	68
Figure 3.12 : Modélisation de l'effort de tension dans le boulon. (a) modèle avec des éléments volumiques, (b) modèle avec éléments poutres .....	71
Figure 3.13 : Répartition des contraintes normales statiques à l'interface supérieure de la liaison. a) avec le modèle Solide, b) avec le modèle RBE3 .....	71
Figure 3.14 : Évolution de la contrainte normale à l'interface de contact du lap-joint pour les modèles de boulon RBE2, RBE3 et Solide .....	72
Figure 3.15 : Répartition des contraintes de cisaillement à l'interface de contact du lap-joint	73
Figure 3.16 : Distribution des contraintes $\sigma_{33}$ dans l'épaisseur de la poutre supérieure du lap-joint. a) modèle de boulon RBE3, b) modèle de boulon Solide.....	74
Figure 3.17 : Structuration de la surface de contact en zone métallique et zone viscoélastique .....	75
Figure 3.18 : Distribution des contraintes normales à l'interface dans la maquette. Gauche : pour un module d'Young $E\nu = 70 \text{ MPa}$ , droite : pour un module d'Young $E\nu = 72 \text{ GPa}$ ..	76
Figure 3.19 : Évolution du taux d'amortissement des modes et des fréquences modales en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique. a) Rayon de rondelle= $7.11\text{mm}$ , b) Rayon de rondelle= $4.11\text{mm}$ .....	77
Figure 3.20 : Evolution de l'amortissement en fonction du rayon de la rondelle métallique pour $E\nu = 70 \text{ MPa}$ .....	78
Figure 3.21 : Carte d'amortissement du premier mode de flexion dans un espace module d'Young/ taux de perte avec évolution des caractéristiques du matériau Smactane 50 (de $1\text{mm}$ et $0.2\text{mm}$ d'épaisseur) et le Smactane70 (de $1\text{mm}$ d'épaisseur) en fonction de la température.....	79
Figure 4.1 : Schéma fonctionnel de l'étude expérimentale .....	83
Figure 4.2 : Composants principaux de la maquette .....	84
Figure 4.3: Dispositif expérimental : maquette .....	85
Figure 4.4: Courbes du taux d'amortissement en fonction du module d'Young des matériaux viscoélastiques pour des fréquences dans $[97.3 \text{ } 513.9]\text{Hz}$ et une température à $25^\circ\text{C}$ .....	87
Figure 4.5 : Configuration d'essai avec Smactane 70 .....	88

Figure 4.6 : Chaîne d'acquisition et traitement des signaux .....	89
Figure 4.7 : Schéma fonctionnel de l'algorithme IDRC d'identification et optimisation des paramètres modaux .....	93
Figure 4.8 : Transfert identifié et qualité d'identification associée.....	94
Figure 4.9 : Diminution de non linéarité en ajoutant le matériau viscoélastique, a) FRF à sec et avec Smactane 70, b) diagramme de Nyquist associé au mode encadré pour la configuration à sec, c) diagramme de Nyquist associé au mode encadré pour la configuration avec du Smactane 50 .....	95
Figure 4.10 : Évolution de l'amortissement des modes en fonction de la configuration d'essai (avec et sans matériau viscoélastique) .....	97
Figure 4.11 : Évolution de l'erreur en fréquence des modes en ajoutant du matériau viscoélastique .....	97
Figure 4.12 : Maillage des points d'excitations des essais (capteurs rouges) superposé sur le maillage du modèle numérique .....	98
Figure 4.13 : Déformées modales mesurées dans la configuration avec du Smactane 50 et identifiées .....	98
Figure 4.14 : Défauts de forme dans la maquette : (a) Inclinaison des équerres, (b) zones de contact dans le Smactane 50, (c) zones de contact dans le Smactane 70 .....	100
Figure 4.15 : Gauche : modélisation du contact total, droite : modélisation du contact partiel : version V2 .....	101
Figure 4.16 : Déformées modales identifiées de la configuration à sec. De droite à gauche : Flexion X, Flexion Y, mode local de panneaux supérieurs en flexion X, mode local de panneaux supérieurs en flexion Y et torsion. ....	102
Figure 4.17 : MAC : corrélation calcul/essai du Sec, Gauche : V0, Droite : V2 .....	104
Figure 4.18 : MAC : corrélation calcul/essai du Smactane 50, Gauche : V0, Droite : V2 ....	104
Figure 4.19 : Évolution du taux d'amortissement modal et des fréquences modales en fonction du module d'Young du matériau viscoélastique avec du contact partiel aux interfaces de contact .....	105
Figure 5.1 : a) Jonction SSS avec peaux raidis [13], b) vue d'ensemble du SYLDA5 [105]	109
Figure 5.2 : Niveaux de modélisation de jonctions boulonnées [106].....	110
Figure 5.3 : Corrélation méta-modèle équivalent/modèle de la maquette [106].....	111
Figure 5.4 : Echelles locales et échelle macroscopique dans la représentation d'une liaison	112
Figure 5.5 : Modèle équivalent de la maquette .....	115
Figure 5.6 : Modèles d'équerres utilisés dans le modèle équivalent de la maquette .....	116

Figure 5.7 : Modes globaux du modèle équivalent de la maquette. a) première flexion suivant X, b) première flexion suivant Y, c) torsion, d) deuxième flexion suivant Y .....	116
Figure 5.8 : Schéma fonctionnel de la contribution de ce chapitre .....	117
Figure 5.9 : Modèle multi-jonctions subdivisé en parties linéaires et non linéaires .....	118
Figure 5.10 : Déformations principales du modèle équivalent de la maquette .....	119
Figure 5.11 : Evolution de la première fréquence propre avec la raideur de contact $kn$ .....	127
Figure 5.12 : Evolution de la première fréquence propre en fonction de la raideur normale pour les modèles exact et réduit par approche de réduction multi-modèle .....	129
Figure 5.13 : Matrice de raideur normale. Gauche : non réduite, droite : réduite.....	131
Figure 5.14 : Trace des déformées modales du modèle équivalent de la maquette sur la première jonction, a) pour $\alpha = \beta = 0$ , b) pour $\alpha = \beta = 1$ .....	132
Figure 5.15 : Déformées principales du sous espace vectoriel $V$ pour le modèle équivalent de maquette .....	133
Figure 5.16 : Evolution de la variation de fréquence en fonction des variations de raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la stratégie FV non tronqué dans le cas du modèle équivalent de la maquette .....	133
Figure 5.17: Evolution de la variation de fréquence en fonction des variations de raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la stratégie FV non tronqué pour une autre configuration dans le cas du modèle équivalent de la maquette .....	134
Figure 5.18 : Erreur sur les fréquences pour un sous espace $V$ de taille variable en fonction de nombre de modes retenus dans l'approche de méta-modélisation FV.....	135
Figure 5.19 : Variation de la fréquence du premier mode de flexion en fonction des raideurs normales (gauche) et tangentielle (droite) pour un sous espace $V$ tronqué dans la stratégie FV .....	135
Figure 5.20 : Evolution de la variation de fréquence des deux premiers modes aux modèles MM et FV non enrichis. ....	136
Figure 5.21 : Courbe d'évolution de la fréquence en fonction de la raideur normale illustrant la non convergence due à l'extrapolation.....	137
Figure 5.22 : Niveau de couplage des efforts principaux dans la liaison pour les approches FV (gauche) et VD (droite) dans le modèle équivalent de la maquette .....	138
Figure 5.23 : Evolution de variation de fréquence en fonction des raideurs normales (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie VD dans le modèle équivalent de maquette .....	138

Figure 5.24 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de compression. a) Ouverture axiale, b) rotation relative perpendiculairement à la peau, c) rotation relative parallèlement à la peau, d) déformation locale .....	139
Figure 5.25 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de cisaillement. a) rotation relative Y perpendiculairement à la peau, b) ouverture des équerres, c) rotation relative dans le plan, d) rotation relative X perpendiculairement à la peau .....	140
Figure 5.26 : Variation de fréquence en fonction des variations de raideur normale (gauche) et tangente (droite) pour les deux premiers modes de flexion pour la validité de la stratégie PL dans le cas du modèle équivalent de maquette.....	140
Figure 5.27 : Variation de fréquence du premier mode propre en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la stratégie PL et en fonction des efforts principaux considérés.....	141
Figure 5.28 : Gauche: modèle de maquette cylindrique multi-boulonnées, droite : un secteur de liaison boulonnée.....	142
Figure 5.29 : Déformées modales de modes globaux et locaux. De gauche à droite : Première flexion, mode de panneaux supérieurs, traction, deuxième flexion, torsion, ovalisation de la jonction.....	143
Figure 5.30 : Etude de couplage dans la maquette cylindrique: évolution des modes de flexion (1 et 13) pour des variations de raideur normale et tangente. ....	144
Figure 5.31 : Plaque avec des interfaces .....	145
Figure 5.32 : Matrices réduites, a) par la méthode CMT, b) par la méthode Craig Bampton	146
Figure 5.33 : Trace sur la première jonction des déformées modales dans la maquette cylindrique, a) pour $\alpha = \beta = 0$ , b) pour $\alpha = \beta = 1$ .....	147
Figure 5.34 : Déformées principales du sous espace vectoriel $V$ pour le modèle de maquette cylindrique.....	147
Figure 5.35 : Variation de la fréquence des modes globaux en fonction des raideurs normales (gauche) et tangente (droite) pour l'étude de validité de la stratégie FV pour le modèle de maquette cylindrique.....	148
Figure 5.36 : Variation de la fréquence des modes locaux de panneaux supérieurs (SP) en fonction des raideurs normale (gauche) et tangente (droite) pour l'étude de validité de la stratégie FV pour le modèle de maquette cylindrique.....	148
Figure 5.37 : Evolution de l'erreur en fréquence du premier mode en fonction de raideurs normale (gauche) et tangente (droite) pour des méta-modèles de différentes dimensions pour la maquette cylindrique .....	149

Figure 5.38 : Variation de la fréquence du premier mode en fonction des raideurs normale (gauche) et tangente (droite) pour l'étude de troncature du sous espace $V$ à une dimension plus restreinte .....	150
Figure 5.39 : Niveau de couplage des efforts principaux dans la liaison pour les approches FV (gauche) et VD (droite) dans la maquette cylindrique .....	150
Figure 5.40 : Evolution de variation de fréquence du premier mode en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie VD dans la maquette cylindrique.....	151
Figure 5.41 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de la matrice de raideur normale dans la maquette cylindrique, a) ouverture axiale, b) rotation locale relative, c) deuxième ouverture axiale, d) deuxième rotation locale relative.....	152
Figure 5.42 : Quatre premières déformées associées aux efforts principaux de la matrice de raideur tangente dans la maquette cylindrique .....	152
Figure 5.43 : Variation de fréquence des deux premiers modes en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie PL dans la maquette cylindrique.....	153
Figure 5.44 : Deux premières déformées principales associées aux efforts principaux normaux en ne ciblant que le premier mode .....	153
Figure 5.45 : Variation de fréquence du premier mode en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour un seul effort principal : stratégie PL dans la maquette cylindrique.....	154
Figure 5.46 : Variation de fréquence des quinze premiers modes en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie PL dans la maquette cylindrique.....	155
Figure 5.47 : Variation de fréquence des quinze premiers modes en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour la validité de la stratégie PL dans une autre configuration de référence.....	156
Figure 5.48 : Évolution de l'amortissement en fonction des raideurs normale (gauche) et tangentielle (droite) pour l'approche PL .....	156

---

# Liste des tableaux

---

Tableau 4.1 : Configurations des essais .....	86
Tableau 4.2 : Caractéristiques des matériaux viscoélastiques utilisés dans les essais .....	87
Tableau 4.3 : Résultats des essais.....	96
Tableau 4.4 : Résultats des essais et du calcul pour la configuration à sec .....	103
Tableau 4.5 : Résultats des essais et du calcul pour la configuration avec matériau viscoélastique .....	103
Tableau 5.1 : Modèles de référence .....	128

## INTÉGRATION DE MODÈLES DE JONCTIONS DISSIPATIVES DANS LA CONCEPTION VIBRATOIRE DE STRUCTURES AMORTIES

**RÉSUMÉ:** La dissipation dans les systèmes mécaniques joue un rôle important dans la limitation des niveaux de vibrations. Les travaux présentés ici portent sur la maximisation de l'amortissement induit dans les jonctions. On cherche à traiter des jonctions intégrées dans une structure globale. Après avoir introduit les modèles physiques utilisés pour représenter les comportements viscoélastiques, un premier exemple introduit la notion de couplage qui, par des calculs préalables de sensibilité des fréquences propres élastiques, permet de s'assurer que les liaisons contribuent suffisamment au comportement global pour induire de la dissipation. Pour l'étude du couplage et les prédictions plus précises de l'amortissement par calcul de modes complexes, des méthodes de réduction de modèle, adaptées à des problèmes paramétrés, sont nécessaires et différentes stratégies sont détaillées et validées. Une structure, représentative des constructions aéronautiques avec jonctions boulonnées est ensuite utilisée pour illustrer le processus de conception de l'amortissement proposé. L'étude fait apparaître l'importance fonctionnelle de la zone cohésive sous le boulon et la possibilité d'utiliser la flexibilité résiduelle de la liaison pour introduire une couche viscoélastique permettant un amortissement élevé. La campagne d'essais réalisée confirme la validité de la conception et les tendances prédites, mais fait aussi apparaître l'influence des défauts de fabrications, qui limitent ici l'amortissement induit. Le manuscrit aborde enfin le besoin de modèles représentatifs des liaisons dans des modèles d'ensemble. Bien qu'une réduction de modèle soit possible et souhaitable, la construction de méta-modèles représentant les efforts principaux complexes transmis par les liaisons détaillées est utile en modélisation et nécessaire pour l'exploitation d'essais élémentaires. Des stratégies générales de définition des déformations et efforts principaux sont introduites et leur validité est illustrée.

**Mots-clés:** Amortissement, assemblage mécanique, jonction boulonnée, couplage, matériau viscoélastique, simulation globale, méta-modèle, multi-jonctions, Analyse modale

## INTEGRATION OF DISSIPATIVE JUNCTIONS MODELS IN THE VIBRATORY DESIGN OF DAMPED STRUCTURES

**ABSTRACT:** Dissipation in mechanical systems plays an important role in limiting vibration levels. The present work deals with maximizing damping induced by junctions and treats junctions integrated into an overall structure. After introducing the physical models used in representing viscoelastic behavior, a first example introduces the concept of coupling. Coupling, estimated by preliminary calculations of elastic natural frequencies sensitivity, ensures that junctions sufficiently contribute to the global behavior to induce damping. To study this coupling as well as obtain accurate damping predictions by complex modes calculation, model reduction methods, adapted to parameterized problems, are needed and different strategies are detailed and validated. A structure representing aeronautic construction is then used to illustrate the proposed damping design process. The study highlights the functional importance of the cohesive zone under the bolt and the possibility of using the residual flexibility of the joint to introduce a viscoelastic layer enabling high damping. Experimental modal tests confirm the validity of the design and the predicted trends, but also show the influence of manufacturing defects which limit the induced damping. The manuscript finally addresses the need for representative models of detailed joints in overall models. Although model reduction is possible and desirable, the construction of meta-models representing the main forces transmitted by the joints is useful in modeling and necessary for the operation of elementary tests. General strategies for defining principal deformations and loads are introduced and their validity is illustrated.

**Keywords:** Damping, mechanical assembly, bolted joint, coupling, viscoelastic material, overall simulation, meta-model, multiple junctions, modal analysis